

$$\frac{x+10}{(x-2)(3x+2)} < 0$$

Отметим ОДЗ.

$$\begin{cases} x-2 \neq 0 & (1) \\ 3x+2 \neq 0 & (2) \end{cases}$$

Решаем вспомогательные уравнения.

$$(1) \quad x+10=0$$

$$(2) \quad x-2=0 ;$$

$$(3) \quad 3x+2=0$$

Уравнение 1 .

$$x+10=0$$

$$x=-10$$

Уравнение 2 .

$$x-2=0$$

$$x=2$$

Уравнение 3 .

$$3x+2=0$$

$$3x=-2$$

$$x=(-2):3$$

$$x=-\frac{2}{3}$$

Расчет знаков.

Случай 1 : $x < -10$.

Пусть $x=-11$

$$\frac{(-11)+10}{((-11)-2)(3(-11)+2)} = \frac{-1}{(-13)(-31)} < 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $-10 < x < -\frac{2}{3}$.

Пусть $x = -1$

$$\frac{(-1)+10}{((-1)-2)(3(-1)+2)} = \frac{9}{(-3)(-1)} > 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 3 : $-\frac{2}{3} < x < 2$.

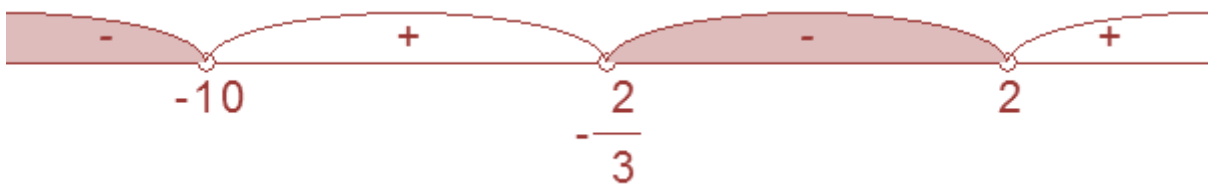
Пусть $x = 0$

$$\frac{0+10}{(0-2)(3 \cdot 0+2)} = \frac{10}{(-2)2} < 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 4 : $2 < x$.

Пусть $x = 3$

$$\frac{3+10}{(3-2)(3 \cdot 3+2)} = \frac{13}{1 \cdot 11} > 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$



ответ: $x < -10; -\frac{2}{3} < x < 2$.