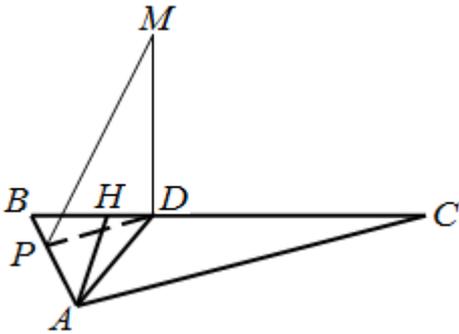


В треугольнике ABC биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке D , и в точке D к плоскости треугольника восставлен перпендикуляр DM . Определить длину перпендикуляра DM , если точка M удалена от стороны AB на 26см, $AB=17$ см, $BC=28$ см и $AC=25$ см.



На рисунке MP – перпендикуляр к AB ($MP = 26$), AH – высота треугольника ABC .

По свойству биссектрисы $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{17}{25}$ и т.к.

$$BD = BC - CD = 28 - CD, \quad \text{то} \quad \frac{28 - CD}{CD} = \frac{17}{25} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 700 - 25 \cdot CD = 17 \cdot CD \Leftrightarrow 42 \cdot CD = 700 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow CD = 16\frac{2}{3}. \quad BD = 28 - 16\frac{2}{3} = 11\frac{1}{3}.$$

Найдём высоту AH и отрезок BH . Пусть $AH = h$, $BH = x$. Тогда $CH = 28 - x$. По теореме Пифагора $AH^2 + BH^2 = AB^2$ и $AH^2 + CH^2 = AC^2$. Отсюда получаем систему уравнений: $\begin{cases} h^2 + x^2 = 17^2 \\ h^2 + (28 - x)^2 = 25^2 \end{cases}$. Вычитая из 1-го уравнения 2-е, полу-

чим: $x^2 - 784 + 56x - x^2 = 289 - 625 \Leftrightarrow 56x = 448 \Leftrightarrow x = 8$, т.е. $BH = 8$. Из 1-го уравнения системы: $h^2 + 8^2 = 17^2 \Leftrightarrow h^2 = 225 \Rightarrow h = 15$, т.е. $AH = 15$.

$$HD = BD - BH = 11\frac{1}{3} - 8 = 3\frac{1}{3}. \quad AD^2 = AH^2 + HD^2 = 15^2 + \frac{100}{9} = \frac{225 \cdot 9 + 100}{9} =$$

$$= \frac{25 \cdot (81 + 4)}{9} = \frac{25 \cdot 85}{9} \Rightarrow AD = \frac{5\sqrt{85}}{3}.$$

DP – проекция MP на плоскость треугольника ABC и т.к. $MP \perp AB$, то и $DP \perp AB$. Пусть $DP = y$, $BP = z$, $PA = AB - BP = 17 - z$. По теореме Пифагора: $BP^2 + DP^2 = BD^2$ и $PA^2 + DP^2 = AD^2$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} z^2 + y^2 = \left(\frac{34}{3}\right)^2 \\ (17 - z)^2 + y^2 = \frac{25 \cdot 85}{9} \end{cases}$$

$$\text{Отсюда:} \quad z^2 - 289 + 34z - z^2 = \frac{4 \cdot 17^2 - 25 \cdot 5 \cdot 17}{9} \Leftrightarrow 34z - 289 = \frac{17 \cdot (68 - 125)}{9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2z - 17 = -\frac{57}{9} \Leftrightarrow 2z = 17 - \frac{19}{3} \Leftrightarrow 2z = \frac{32}{3} \Leftrightarrow z = \frac{16}{3}. \quad \text{Из первого уравнения сис-}$$

$$\text{темы:} \quad \left(\frac{16}{3}\right)^2 + y^2 = \frac{2^2 \cdot 17^2}{9} \Leftrightarrow y^2 = \frac{2^2 \cdot (17^2 - 8^2)}{9} = 100 \Rightarrow y = 10; \quad DP = 10.$$

$$MD^2 = MP^2 - DP^2 = 26^2 - 10^2 = 24^2 \Rightarrow MD = 24.$$