

При каких целых a, b, c функции $F_1(x)=1/a(1+bx)^c$ и $F_2(x)=1+x-1,5x^2$ является первообразной для одной и той же функции $f(x)$?

Если я правильно понял, то $F_1(x) = \frac{1}{a(1+bx)^c}$, а $F_2(x) = 1+x-1,5x^2$.

Т.к. $F_1(x) = \frac{1}{a(1+bx)^c}$ и $F_2(x) = 1+x-1,5x^2$ – первообразные одной и той же функции, то $F'_1(x) = F'_2(x)$.

$$F'_1(x) = \left(\frac{1}{a(1+bx)^c} \right)' = \frac{1}{a} \left[(1+bx)^{-c} \right]' = -\frac{c}{a} (1+bx)^{-c-1} \cdot (1+bx)' = -\frac{bc}{a} (1+bx)^{-c-1}.$$

$$F'_2(x) = 1-3x. \text{ Поэтому } -\frac{bc}{a} (1+bx)^{-c-1} = 1-3x, \quad -c-1=1 \Rightarrow c=-2;$$

$$\frac{2b}{a} (1+bx) = 1-3x \Rightarrow a=2b; \quad 1+bx=1-3x \Rightarrow b=-3 \text{ и } a=-6.$$

$$\text{Итак, } a=-6, \quad b=-3, \quad c=-2 \text{ и } F_1(x) = -\frac{1}{6(1-3x)^{-2}} = -\frac{1}{6}(1-3x)^2 = -\frac{1}{6} + x - 1,5x^2.$$

Вообще-то, если в выражении $F_1(x)=1/a(1+bx)^c$ соблюдать старшинство арифметических операций, то должно быть $F_1(x) = \frac{(1+bx)^c}{a}$;

$$F'_1(x) = \left(\frac{(1+bx)^c}{a} \right)' = \frac{1}{a} \left[(1+bx)^c \right]' = \frac{c}{a} (1+bx)^{c-1} \cdot (1+bx)' = \frac{bc}{a} (1+bx)^{c-1};$$

$$\frac{bc}{a} (1+bx)^{c-1} = 1-3x \quad c-1=1 \Rightarrow c=2; \quad \frac{2b}{a} (1+bx) = 1-3x \Rightarrow a=2b;$$

$$1+bx=1-3x \Rightarrow b=-3 \text{ и } a=-6. \text{ Всё почти также, только } c=2.$$

$$F_1(x) = -\frac{(1-3x)^2}{6} = -\frac{1}{6}(1-3x)^2 = -\frac{1}{6} + x - 1,5x^2. \text{ Значение } F_1(x) \text{ от этого не изменилось!}$$