а) $2cos2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+4sinx=2+\sqrt{2}-\sqrt{2}sinx,$

$\sqrt{2}(1-2sin^2x)+4sinx-2-\sqrt{2}+\sqrt{2}sinx=0$

$-2\sqrt{2}sin^2x+\left(4+\sqrt{2}\right)sinx-2=0,$ замена переменной $sinx=t, |t|\le 1,$

$2\sqrt{2}t^2-\left(4+\sqrt{2}\right)t+2=0.$ Сразу применяю формулу корней:

$$t=\frac{\left(4+\sqrt{2}\right)\pm\sqrt{18+8\sqrt{2}-16\sqrt{2}}}{4\sqrt{2}}=\frac{\left(4+\sqrt{2}\right)\pm\sqrt{18-8\sqrt{2}}}{4\sqrt{2}}=\frac{\left(4+\sqrt{2}\right)\pm\sqrt{\left(4-\sqrt{2}\right)^2}}{4\sqrt{2}}=$$

$=\frac{\left(4+\sqrt{2}\right)\pm\left(4-\sqrt{2}\right)}{4\sqrt{2}};$ $t_1=\frac{2}{\sqrt{2}}-$ посторонний корень,

$t_2=\frac{1}{2},$ обратная замена: $sinx=\frac{1}{2},$ $\boldsymbol{x=(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n, n\epsilon Z}$

б) Отбор корней . $\left[-\frac{\pi}{2};4\right]$ заменим на $[-1{,}57;4].$ Чтоб удобнее было отбирать корни сделаем из выделенной формулы две серии корней:

1) $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n,$ $n\in Z$; 2) $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n,$ $n\in Z$

Рассмотрим первую серию. Пусть $n=0,$ тогда $x=\frac{\pi}{6}\approx 0{,}52\in[-1{,}57;4],$

$n=1, x=\frac{\pi}{6}+2\pi=0{,}52+6{,}28=6{,}8-$ не принадлежит данному отрезку

$n=-1, x=\frac{\pi}{6}-2\pi=-5{,}76-$ не принадлежит данному отрезку.

Рассмотрим вторую серию. Пусть $n=0,$ тогда $x=\frac{5\pi}{6}\approx 2{,}62\ \epsilon[-1{,}57;4],$

$n=-1,$ $x=\frac{5\pi}{6}-2\pi=-\frac{7\pi}{6}=-3{,}66-$ не принадлежит

Ответ: а) $\boldsymbol{x=(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n, n\epsilon Z}$; , б) $\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$; $\boldsymbol{\frac{5\pi}{6}}$