

$$x(x-2)(9-x)(x+4) \geq 0$$

вспомогательное уравнение.

$$x(x-2)(9-x)(x+4)=0$$

Решаем каждую скобку как отдельное уравнение

1)

$$x=0$$

2)

$$x-2=0$$

$$x=2$$

3)

$$9-x=0$$

$$-x=-9$$

$$x=9$$

4)

$$x+4=0$$

$$x=-4$$

Ответ уравнения: $x=-4; x=0; x=2; x=9$.

Отметим найденные критические точки и соответствующие им интервалы на числовой прямой.



Расчет знаков.

Случай 1 : $x < -4$.

Пусть $x=-5$

$$(-5)((-5)-2)(9-(-5))((-5)+4)=(-5)(-7)14(-1)<0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $-4 < x < 0$.

Пусть $x=-1$

$$(-1)((-1)-2)(9-(-1))((-1)+4)=(-1)(-3)10 \cdot 3 > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 3 : $0 < x < 2$.

Пусть $x=1$

$$1(1-2)(9-1)(1+4)=1(-1)8 \cdot 5 < 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 4 : $2 < x < 9$.

Пусть $x=3$

$$3(3-2)(9-3)(3+4)=3 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7 > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 5 : $9 < x$.

Пусть $x=10$

$$10(10-2)(9-10)(10+4)=10 \cdot 8(-1)14 < 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Числа $-4; 0; 2; 9$ удовлетворяют неравенству.



ответ: $-4 \leq x \leq 0; 2 \leq x \leq 9$.

$$\frac{(x+2)(x+3)}{x-5} \geq 0$$

ОДЗ.

$$x-5 \neq 0 \quad (1)$$

вспомогательные уравнения.

$$(1) (x+2)(x+3)=0$$

$$(2) x-5=0$$

Уравнение 1 .

$$(x+2)(x+3)=0$$

1)

$$x+2=0$$

$$x=-2$$

2)

$$x+3=0$$

$$x=-3$$

Ответ этого уравнения: $x=-3; x=-2$.

Уравнение 2 .

$$x-5=0$$

$$x=5$$

Отметим найденные критические точки и соответствующие им интервалы на числовой прямой.



Расчет знаков.

Случай 1 : $x < -3$.

Пусть $x=-4$

$$\frac{((-4)+2)((-4)+3)}{(-4)-5} = \frac{(-2)(-1)}{-9} < 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $-3 < x < -2$.

Пусть $x=-2,1$

$$\frac{((-2,1)+2)((-2,1)+3)}{(-2,1)-5} = \frac{(-0,1)0,9}{-7,1} > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 3 : $-2 < x < 5$.

Пусть $x=0$

$$\frac{(0+2)(0+3)}{0-5} = \frac{2 \cdot 3}{-5} < 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

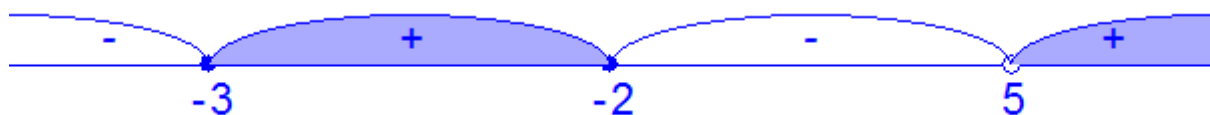
Случай 4 : $5 < x$.

Пусть $x=6$

$$\frac{(6+2)(6+3)}{6-5} = \frac{8 \cdot 9}{1} > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Числа -3;-2 удовлетворяют неравенству.

Число 5 не удовлетворяет неравенству.



ответ: $-3 \leq x \leq -2; x > 5$.

$$\frac{6}{x^2 - 6x} < \frac{1}{x - 6}$$

$$\frac{6}{x^2 - 6x} - \frac{1}{x - 6} < 0$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} x^2 - 6x \neq 0 & (1) \\ x - 6 \neq 0 & (2) \end{cases}$$

$$\frac{6}{x^2 - 6x} - \frac{1}{x - 6} < 0$$

Разложим знаменатель на множители.

$$\frac{6}{x(x-6)} - \frac{1}{x-6} < 0$$

Приводим к общему знаменателю.

$$\frac{6}{x(x-6)} - \frac{x}{(x-6)x} < 0$$

сложение .

$$\frac{6-x}{x(x-6)} < 0$$

Изменяем порядок действий.

$$\frac{-x+6}{x(x-6)} < 0$$

Выносим минус

$$-\frac{x-6}{x(x-6)} < 0$$

$$-\frac{x-6}{x(x-6)} < 0$$

сокращение.

$$-\frac{1}{x} < 0$$

Изменим знаки выражений на противоположные.

$$\frac{1}{x} > 0$$

Решаем вспомогательные уравнения.

$$(1) x^2 - 6x = 0$$

$$(2) x - 6 = 0$$

Уравнение 1 .

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x-6) = 0$$

Ответ этого уравнения: $x=0; x=6$.

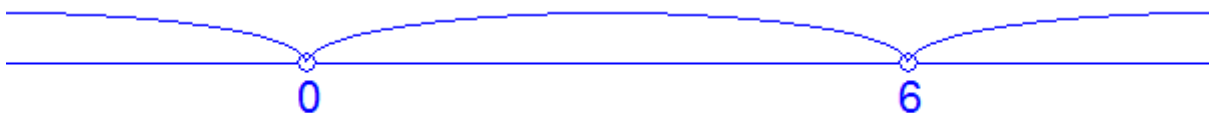
Уравнение 2 .

$$x - 6 = 0$$

$$x = 6$$

Ответ этого уравнения: $x=6$.

Отметим найденные критические точки и соответствующие им интервалы на числовой прямой.



Расчет знаков.

Случай 1 : $x < 0$.

Пусть $x = -1$

$\frac{1}{-1} = -1 < 0$ не удовлетворяет неравенству.

Случай 2 : $0 < x < 6$.

Пусть $x=1$

$\frac{1}{1} = 1 > 0$ удовлетворяет неравенству.

Случай 3 : $6 < x$.

Пусть $x=7$

$\frac{1}{7} = \frac{1}{7} > 0$ удовлетворяет неравенству.



ответ: $0 < x < 6; x > 6$.

$$(x-1)^2(2x-1)(x+2) \leq 0$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$(x-1)^2(2x-1)(x+2) = 0$$

Каждую скобку как отдельное уравнение

1).

$$x-1=0$$

$$x=1$$

2).

$$2x-1=0$$

$$2x=1$$

$$x=1:2$$

$$x=0,5$$

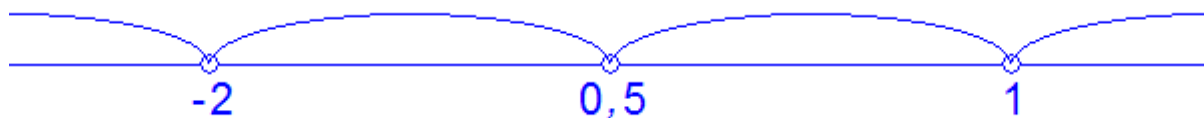
3).

$$x+2=0$$

$$x=-2$$

Ответ этого уравнения: $x=-2; x=0,5; x=1$.

Отметим найденные критические точки и соответствующие им интервалы на числовой прямой.



Расчет знаков.

Случай 1 : $x < -2$.

Пусть $x = -3$

$$((-3)-1)^2(2(-3)-1)((-3)+2)=(-4)^2(-7)(-1)>0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $-2 < x < 0,5$.

Пусть $x = 0$

$$(0-1)^2(2 \cdot 0-1)(0+2)=(-1)^2(-1)2<0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 3 : $0,5 < x < 1$.

Пусть $x = 0,6$

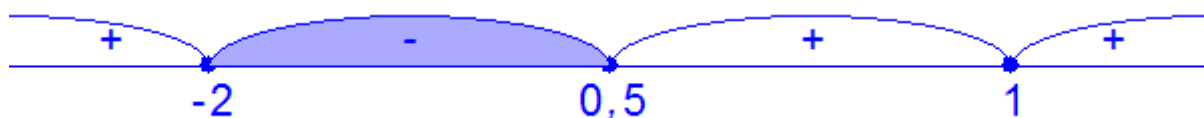
$$(0,6-1)^2(2 \cdot 0,6-1)(0,6+2)=(-0,4)^20,2 \cdot 2,6>0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 4 : $1 < x$.

Пусть $x = 2$

$$(2-1)^2(2 \cdot 2-1)(2+2)=1^23 \cdot 4>0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Числа -2;0,5;1 удовлетворяют неравенству.



Окончательный ответ: $-2 \leq x \leq 0,5; x=1$.