Точка Е – пересечение биссектрис треугольника АВС является центром вписанной в треугольник АВС окружность. Нозовем ее Л.
окружность Л авляется пересечением сферы с плоскостью АВС. Центр сферы нажодится на перпендикуляре к плоскости АВС проходящем через Е.
по условию Д находится на таком перпендикуляре. Это значит что центр сферы О находится на прямой ЕД
радиус сферы проведенный из точки О к точкам касания с боковыми гранями ДА ДВ ДВ образует прямой угол
пусть точка касания радиуса сферы с гранью ДА это точка А1
пусть точка касания радиуса сферы с гранью ДВ это точка В1
пусть точка касания радиуса сферы с гранью ДС это точка С1
ОА1=ОВ1=ОС1= R
в треугольниках ОДА1 ОДВ1 ОДС1 одна сторона ОД гипотенуза, катеты ОА1=ОВ1=ОС1= R – равны значит треугольники ОДА1 ОДВ1 ОДС1 – равны, значит углы при вершине Д в этих треугольниках равны.
рассмотрим треугольники ЕДА ЕДВ ЕДС
все они прямоугольные, у всех общий катет, у всех угол при вершине Д – одинаков, значит все они равны и значит отрезки ЕА ЕА ЕС – равны. А также равны ребра пирамиды АД ВД СД
отрезки ЕА ЕВ ЕС равны, значит точка Е – центр описанной около треугольника АВС окружности. Эта же точка Е является центром вписанной в треугольник окружности.
это возможно только если треугольник АВС равносторонний.

$r = \frac{AB}{2\sqrt{3}} = \frac{AB\sqrt{3}}{6} = \frac{12*\sqrt{3}}{6} = 2*\sqrt{3}$ -радиус вписаной окружности в треугольник АВС

$r_1 = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \frac{12*\sqrt{3}}{3} = 4*\sqrt{3}$ - радиус описаной около треугольника АВС окружности

ЕД = 11 – высота пирамиды

АД = ВД = СД = $\sqrt{ЕД^2 + r_1^2} = \sqrt{11^2 + 16*3} = 13$ - боковые ребра пирамиды

$$\begin{cases} r^2 + OE^2 = R^2 \\ \frac{ЕД - OE}{R} = \frac{ДВ}{r_1} \end{cases} \begin{cases} 12 + OE^2 = R^2 \\ \frac{11 - OE}{R} = \frac{13}{4*\sqrt{3}} \end{cases} \begin{cases} OE^2 = R^2 - 12 \\ OE = 11 - R\frac{13}{4*\sqrt{3}} \end{cases} \begin{cases} OE^2 = R^2 - 12 = \left(11 - R\frac{13}{4*\sqrt{3}}\right)^2 \\ OE = 11 - R\frac{13}{4*\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$R^2 - 12 = \left(11 - R\frac{13}{4*\sqrt{3}}\right)^2 = (11)^2 - 2R*11*\frac{13}{4*\sqrt{3}} + \left(R\frac{13}{4*\sqrt{3}}\right)^2 = 121 - R*11*\frac{13}{2*\sqrt{3}} + R^2\left(\frac{169}{16*3}\right)$$

$$R^2\left(\left(\frac{169}{16*3}\right) - 1\right) - R*11*\frac{13}{2*\sqrt{3}} + 133 = 0$$

$$R^2\left(\left(\frac{121}{48}\right)\right) - R*11*\frac{13}{2*\sqrt{3}} + 133 = 0$$

$$D = \frac{11^2*13^2}{2^2*3} - 4*133*\left(\left(\frac{121}{48}\right)\right) = 11^2\left(\frac{13^2}{2^2*3} - \frac{4*133}{48}\right) = 11^2\left(\frac{13^2}{2^2*3} - \frac{133}{12}\right) = \frac{11^2}{2^2*3}(169 - 133) = \frac{11^2}{2^2*3}*36 = 11^2*3$$

$$R = \frac{11*\frac{13}{2*\sqrt{3}} \pm \sqrt{11^2*3}}{2*\left(\frac{121}{48}\right)} = \frac{\frac{13}{2*\sqrt{3}} \pm \sqrt{3}}{2*\left(\frac{11}{48}\right)} = \sqrt{3}\frac{\frac{13}{2*3} \pm 1}{2*\left(\frac{11}{48}\right)} = \sqrt{3}\frac{13 \pm 6}{2*6*\left(\frac{11}{48}\right)} = \sqrt{3}\frac{4*(13 \pm 6)}{11}$$

$R_1 = \sqrt{3}\frac{4*(13+6)}{11} = \frac{76}{11}\sqrt{3} \approx 11{,}9669...$ - ложный корень, соответствует расположению сферы под плоскостью основания

$R_2 = \sqrt{3}\frac{4*(13-6)}{11} = \frac{28}{11}\sqrt{3} \approx 4,408857$ - это ответ