1. Решить уравнение

$$\log_2(x-3)=2-\log_2 x.$$

Из системы неравенств $\begin{cases} x-3>0 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow x>3$.

$$\log_2(x-3)=2-\log_2 x \Leftrightarrow \log_2(x-3)+\log_2 x=2 \Leftrightarrow \log_2(x^2-3x)=2 \Leftrightarrow$$
$$x^2-3x=2^2 \Leftrightarrow x^2-3x-4=0$$

$D=9+4\cdot 4=25$; $x=\dfrac{3\pm\sqrt{25}}{2} \Rightarrow x_1=-1; x_2=4$. Т.к. $x>3$, то $x=4$.

<u>*Ответ*</u>: $x=4$.

2. Решить неравенство

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}+2^{3+x}\leqslant 9.$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}+2^{3+x}\le 9 \Leftrightarrow 2^x+2^{3+x}\le 9 \Leftrightarrow 2^x(1+2^3)\le 9 \Leftrightarrow 2^x\cdot 9\le 9 \Leftrightarrow 2^x\le 1 \Rightarrow x\le 0.$$

<u>*Ответ*</u>: $x\le 0$.

3. Вычислить абсциссы и ординаты точек пересечения графиков функций $y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ и $y=\sqrt{3}\cos x$.

Приравниваем правые части: $2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}\cos x$.

$$2\sin x\cdot\cos\frac{\pi}{3}+2\cos x\cdot\sin\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}\cos x \Leftrightarrow 2\sin x\cdot\frac{1}{2}+2\cos x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos x \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \sin x+\sqrt{3}\cos x=\sqrt{3}\cos x \Leftrightarrow \sin x=0 \Rightarrow x=\pi n.$$

При $n=2k$ $2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=2\sin\left(2\pi k+\dfrac{\pi}{3}\right)=2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

При $n=2k+1$ $2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=2\sin\left(2\pi k+\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)=-2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=-\sqrt{3}$.

Абсциссы точек пересечения: $x=\pi n$, ординаты: $y=(-1)^n\sqrt{3}$.