

$$1) \log_2 x - \log_{0,5} x = 8 \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

$$\log_2 x + \log_2 x = 8 \Rightarrow \log_2 x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 2^8 \Rightarrow$$

$$x = \sqrt{2^8} \Rightarrow x = 2^4 \Rightarrow x = 16$$

$$2) \lg(x-4) + \lg(x+3) = \lg(5x+4)$$

$$\text{Определим ОДЗ: } \begin{cases} x-4 > 0 \\ x+3 > 0 \\ 5x+4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x > -3 \\ x > -\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow x > 4$$

$$\lg(x-4)(x+3) = \lg(5x+4) \Rightarrow (x-4)(x+3) = 5x+4 \Rightarrow$$

$$x^2 - x - 12 - 5x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$\text{По теореме Виета } x_1 = -2 \quad x_2 = 8$$

$$\text{ОДЗ удовлетворяет } x = 8$$

$$3) \ln(x^3+1) - 0,5 \ln(x^2+2x+1) = \ln 3$$

$$\text{Определим ОДЗ: } \begin{cases} x^3+1 > 0 \\ x^2+2x+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 > -1 \\ (x+1)^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < -1 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\text{Итак, ОДЗ: } x > -1$$

$$\ln(x+1)(x^2-x+1) - \frac{1}{2} \ln(x+1)^2 = \ln 3 \Rightarrow$$

$$\ln(x+1)(x^2-x+1) - \ln(x+1) = \ln 3 \Rightarrow \ln \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1} = \ln 3 \Rightarrow$$

$$x^2 - x + 1 = 3 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -1$$

$$\text{ОДЗ удовлетворяет } x = 2$$

$$4) \frac{1}{2} \lg(10x^2+20) - 1 = \lg \sqrt{0,3x} \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

$$\lg \sqrt{10x^2+20} - \lg 10 = \lg \sqrt{0,3x} \Rightarrow \lg \frac{\sqrt{10x^2+20}}{10} = \lg \sqrt{0,3x} \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{10x^2+20}}{10} = \sqrt{0,3x} \Rightarrow \sqrt{10x^2+20} = \sqrt{30x} \Rightarrow 10x^2+20 = 30x \Rightarrow$$

$$10x^2 - 30x + 20 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \text{По теореме Виета}$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 1 \quad \text{ОДЗ удовлетворяют оба значения}$$

$$5) 2 \log_9 x + 9 \log_x 3 = 10 \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

$$2 \log_{3^2} x + \frac{9}{\log_3 x} = 10 \Rightarrow \log_3 x + \frac{9}{\log_3 x} = 10 \Rightarrow (\log_3 x)^2 + 9 = 10 \log_3 x \Rightarrow$$

$$(\log_3 x)^2 - 10 \log_3 x + 9 = 0 \quad \text{По теореме Виета } \log_3 x_1 = 9; \log_3 x_2 = 1$$

$$x_1 = 3^9; \quad x_2 = 3$$

$$6) 2 - \log_2(x^2 + 3x) > 0$$

$$\text{Определим ОДЗ: } x^2 + 3x > 0 \Rightarrow x(x+3) > 0$$

$$x < -3 \text{ или } x > 0$$

$$\log_2(x^2 + 3x) < 2 \Rightarrow x^2 + 3x < 4 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 < 0 \Rightarrow$$

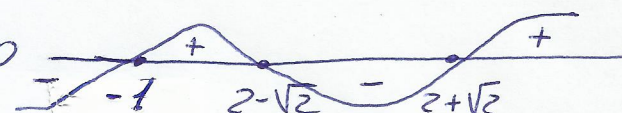
$$(x+4)(x-1) < 0 \quad -4 < x < 1$$

$$\text{С учетом ОДЗ получаем } 0 < x < 1 \text{ или } -4 < x < -3$$

$$7) \log_2 \frac{x^2 - 4x + 2}{x+1} \leq 1$$

$$\text{Определим ОДЗ: } \begin{cases} (x^2 - 4x + 2)(x+1) > 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

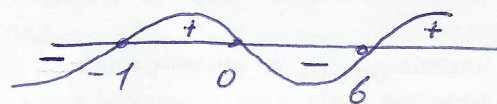
$$\begin{cases} x \neq -1 \\ (x-2+\sqrt{2})(x-2-\sqrt{2})(x+1) > 0 \end{cases}$$



$$-1 < x < 2 - \sqrt{2} \text{ или } x > 2 + \sqrt{2}$$

$$\frac{x^2 - 4x + 2}{x+1} \leq 2 \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 2}{x+1} - 2 \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 2 - 2x - 2}{x+1} \leq 0 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2 - 6x}{x+1} \leq 0 \quad x(x-6)(x+1) \leq 0$$

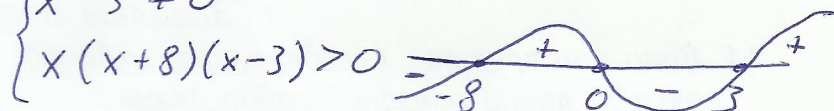


$$x \leq -1 \quad 0 \leq x \leq 6 \quad \text{ОДЗ удовлетворяет решению}$$

$$0 \leq x < 2 - \sqrt{2} \text{ или } 2 + \sqrt{2} < x \leq 6$$

$$8) \log_{0,5} \log_8 \frac{x^2+8x}{x-3} < 0$$

Определим ОДЗ: $\begin{cases} x-3 \neq 0 \\ x(x+8)(x-3) > 0 \end{cases}$



$$-8 < x < 0 \text{ или } x > 3$$

$$\log_8 \frac{x^2+8x}{x-3} < 1 \Rightarrow \frac{x^2+8x}{x-3} < 8 \Rightarrow \frac{x^2+8x-8x+24}{x-3} < 0$$

$$(x^2+24)(x-3) < 0 \quad x < 3$$

$$\text{ОДЗ удовлетворяет } -8 < x < 0$$