

$$\frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} = x^2 - x - 7$$

ОДЗ.

$$x - 3 \neq 0 \quad (1)$$

$$\frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} - x^2 + x + 7 = 0$$

$$\frac{(x-4)(x-3)}{x-3} - x^2 + x + 7 = 0$$

$$(x-4) - x^2 + x + 7 = 0$$

$$x - 4 - x^2 + x + 7 = 0$$

$$2x + 3 - x^2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{2-4}{2 \cdot 1} = -1; x_2 = \frac{2+4}{2 \cdot 1} = 3$$

$x = -1$ удовлетворяет ОДЗ.

$x = 3$ не удовлетворяет ОДЗ, т.к. выражение (1) обращается в нуль.

ответ: $x = -1$.

$$5 - \frac{x^2 - 14x - 51}{x^2 - x - 12} = \frac{3x}{x - 4}$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} x^2 - x - 12 \neq 0 & (1) \\ x - 4 \neq 0 & (2) \end{cases}$$

$$5 - \frac{x^2 - 14x - 51}{x^2 - x - 12} - \frac{3x}{x - 4} = 0$$

$$5 - \frac{(x-17)(x+3)}{(x-4)(x+3)} - \frac{3x}{x-4} = 0$$

$$5 - \frac{x-17}{x-4} - \frac{3x}{x-4} = 0$$

$$5 + \frac{-(x-17)-3x}{x-4} = 0$$

$$5 + \frac{-x+17-3x}{x-4} = 0$$

$$5 + \frac{-4x+17}{x-4} = 0$$

$$\frac{5(x-4)}{x-4} + \frac{-4x+17}{x-4} = 0$$

$$\frac{5(x-4)+(-4x+17)}{x-4} = 0$$

$$\frac{(5x-20)+(-4x+17)}{x-4} = 0$$

$$\frac{5x-20-4x+17}{x-4} = 0$$

$$\frac{x-3}{x-4} = 0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$x-3=0$$

$$x=3$$

$x=3$ удовлетворяет ОДЗ.

$$\frac{65}{1-x^3} + \frac{17x-10}{x^2+x+1} = \frac{25}{x-1}$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} 1-x^3 \neq 0 & (1) \\ x^2+x+1 \neq 0 & (2) \\ x-1 \neq 0 & (3) \end{cases}$$

$$\frac{65}{1-x^3} + \frac{17x-10}{x^2+x+1} - \frac{25}{x-1} = 0$$

$$-\frac{65}{x^3-1} + \frac{17x-10}{x^2+x+1} - \frac{25}{x-1} = 0$$

$$-\frac{65}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{17x-10}{x^2+x+1} - \frac{25}{x-1} = 0$$

$$-\frac{65}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{(17x-10)(x-1)}{(x^2+x+1)(x-1)} - \frac{25(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0$$

$$\frac{-65 + (17x-10)(x-1) - 25(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0$$

$$\frac{-65 + (17x^2 - 17x - 10x + 10) - (25x^2 + 25x + 25)}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0$$

$$\frac{-65 + (17x^2 - 27x + 10) - (25x^2 + 25x + 25)}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0$$

$$\frac{-65 + 17x^2 - 27x + 10 - 25x^2 - 25x - 25}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0$$

$$\frac{-80 - 8x^2 - 52x}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0$$

$$-\frac{8x^2 + 52x + 80}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0$$

$$-\frac{4(2x^2 + 13x + 20)}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0$$

$$2x^2 + 13x + 20 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = 13^2 - 4 \cdot 2 \cdot 20 = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-13-3}{2 \cdot 2} = -4; x_2 = \frac{-13+3}{2 \cdot 2} = -2,5$$

$x = -4$ удовлетворяет ОДЗ.

$x = -2,5$ удовлетворяет ОДЗ.

ответ: $x = -4; x = -2,5$.

$$\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1} = \frac{7x+1}{9x-1}$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} x^2-x+1 \neq 0 & (1) \\ x-1 \neq 0 & (2) \end{cases}$$

$$\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1} - \frac{7x+1}{9x-1} = 0$$

$$\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1} - \frac{7(x+1)}{x-1} = 0$$

$$\frac{(x^2+x+1)9(x-1)-7(x+1)(x^2-x+1)}{9(x^2-x+1)(x-1)} = 0$$

$$\frac{(9x^2+9x+9)(x-1)-(7x+7)(x^2-x+1)}{9(x^2-x+1)(x-1)} = 0$$

$$\frac{(9x^3-9x^2+9x^2-9x+9x-9)-(7x^3-7x^2+7x+7x^2-7x+7)}{9(x^2-x+1)(x-1)} = 0$$

$$\frac{(9x^3-9)-(7x^3+7)}{9(x^2-x+1)(x-1)} = 0$$

$$\frac{9x^3-9-7x^3-7}{9(x^2-x+1)(x-1)} = 0$$

$$\frac{2x^3-16}{9(x^2-x+1)(x-1)} = 0$$

$$\frac{2(x^3-8)}{9(x^2-x+1)(x-1)}=0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$x^3-8=0$$

$$x^3=8$$

$x=2$ удовлетворяет ОДЗ.

ответ: $x=2$.