$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+2)^2}=\frac{10}{9}$$

Отметим ОДЗ.

$$\begin{cases} x\neq 0 \ (1) \\ x+2\neq 0 \ (2) \end{cases}$$

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+2)^2}-\frac{10}{9}=0$$

$$\frac{(x+2)^2 9}{x^2(x+2)^2 9}+\frac{x^2 9}{(x+2)^2 x^2 9}-\frac{10x^2(x+2)^2}{9x^2(x+2)^2}=0$$

$$\frac{(x+2)^2 9+x^2 9-10x^2(x+2)^2}{9x^2(x+2)^2}=0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$(x+2)^2 9+x^2 9-10x^2(x+2)^2=0$$

$$9(x+2)^2+9x^2-10x^2(x+2)^2=0$$

$$9\left(x^2+4x+4\right)+9x^2-\left(10x^2\right)\left(x^2+4x+4\right)=0$$

$$\left(9x^2+36x+36\right)+9x^2-\left(10x^4+40x^3+40x^2\right)=0$$

$$9x^2+36x+36+9x^2-10x^4-40x^3-40x^2=0$$

$$-22x^2+36x+36-10x^4-40x^3=0$$

$$-10x^4-40x^3-22x^2+36x+36=0$$

$$10x^4+40x^3+22x^2-36x-36=0$$

Следующее уравнение равносильно предыдущему.

$$5x^4+20x^3+11x^2-18x-18=0$$

Произведем замену переменных.

Пусть $t=x^2+2x$

В результате .

$$5t^2-9t-18=0$$

$$D=b^2-4ac=(-9)^2-4\cdot5(-18)=441$$

$$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$t_1=\frac{9-21}{2\cdot5}=-1,2$;$t_2=\frac{9+21}{2\cdot5}=3$

В этом случае

$x^2+2x=-1,2$

$x^2+2x=3$

Решаем каждое.

1).

$$x^2+2x=-1,2$$

$$x^2+2x+1,2=0$$

Следующее уравнение равносильно предыдущему.

$$5x^2+10x+6=0$$

$$D=b^2-4ac=10^2-4\cdot5\cdot6=-20$$

нет решений.

2).

$$x^2+2x=3$$

$$x^2+2x-3=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=2^2-4\cdot1(-3)=16$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$x_1=\frac{-2-4}{2\cdot1}=-3$;$x_2=\frac{-2+4}{2\cdot1}=1$

$x=-3$ удовлетворяет ОДЗ.

$x=1$ удовлетворяет ОДЗ.

ответ: $x=-3; x=1$.