

$$\frac{x^2+x-12}{x^2-64} \geq 0$$

ОДЗ.

$$x^2-64 \neq 0 \quad (1)$$

Решаем вспомогательные уравнения.

$$(1) \quad x^2+x-12=0$$

$$(2) \quad x^2-64=0$$

Уравнение 1 .

$$x^2+x-12=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-12)=49$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-1-7}{2 \cdot 1} = -4; x_2 = \frac{-1+7}{2 \cdot 1} = 3$$

Уравнение 2 .

$$x^2-64=0$$

$$x^2=64$$

$$x=-8; x=8 \quad .$$

Расчет знаков.

Случай 1 : $x < -8$.

Пусть $x = -9$

$$\frac{(-9)^2+(-9)-12}{(-9)^2-64} = \frac{60}{17} > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $-8 < x < -4$.

Пусть $x = -5$

$$\frac{(-5)^2 + (-5) - 12}{(-5)^2 - 64} = \frac{8}{-39} < 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 3 : $-4 < x < 3$.

Пусть $x = 0$

$$\frac{0^2 + 0 - 12}{0^2 - 64} = \frac{-12}{-64} > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 4 : $3 < x < 8$.

Пусть $x = 4$

$$\frac{4^2 + 4 - 12}{4^2 - 64} = \frac{8}{-48} < 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 5 : $8 < x$.

Пусть $x = 9$

$$\frac{9^2 + 9 - 12}{9^2 - 64} = \frac{78}{17} > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Числа $-4; 3$ удовлетворяют неравенству.

Числа $-8; 8$ не удовлетворяют неравенству.



ответ: $x < -8; -4 \leq x \leq 3; x > 8$