$$\left(x^2+6x\right)^2+(x+3)^2=81$$

$$\left(x^2+6x\right)^2+(x+3)^2-81=0$$

Произведем замену переменных.

Пусть $t=x^2+6x$

получаем вспомогательное уравнение.

$$t^2+(t+9)-81=0$$

$$t^2+t+9-81=0$$

$$t^2+t-72=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=1^2-4\cdot1(-72)=289$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

$$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$t_1=\dfrac{-1-17}{2\cdot1}=-9$;$t_2=\dfrac{-1+17}{2\cdot1}=8$

исходное уравнение сводится к уравнениям

$x^2+6x=-9$

$x^2+6x=8$

уравнение 1 .

$$x^2+6x=-9$$

$$x^2+6x+9=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=6^2-4\cdot1\cdot9=0$$

Дискриминант равен нулю, значит уравнение имеет один корень.

$$x_{1,2}=-\frac{b}{2a}=-\frac{6}{2\cdot 1}=-3$$

уравнение 2 .

$$x^2+6x=8$$

$$x^2+6x-8=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=6^2-4\cdot 1(-8)=68$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$x_1=\frac{-6-2\sqrt{17}}{2\cdot 1}=-3-\sqrt{17}$;$x_2=\frac{-6+2\sqrt{17}}{2\cdot 1}=-3+\sqrt{17}$

ответ: $x=-3-\sqrt{17};x=-3;x=-3+\sqrt{17}$.