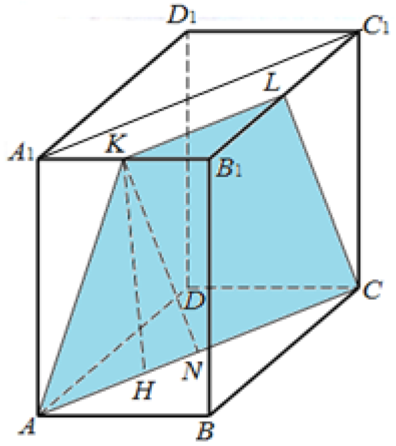

$AB = a$, $BC = 2a$, $AA_1 = 3a$, KL – средняя линия треугольника $A_1B_1C_1$. KL и AC принадлежат плоскости сечения, значит точки K, L, C и A принадлежат сечению, и поэтому сечением является четырёхугольник $AKLC$. $AC \parallel A_1C_1 \cap KL \parallel A_1C_1 \Rightarrow KL \parallel AC$.

$KL = \dfrac{1}{2}A_1C_1 \cap A_1C_1 = AC \Rightarrow KL = \dfrac{1}{2}AC \Rightarrow$ $AKLC$ – трапеция с основаниями AC и KL ($AC > KL$) и боковыми сторонами AK и CL.

Пользуясь теоремой Пифагора, без особого труда можно найти боковые стороны и основания трапеции $AKLC$. Т.к. $A_1B_1 = AB = a$, то $A_1K = KB_1 = \dfrac{a}{2}$. $AK^2 = AA_1^2 + A_1K^2 = 9a^2 + \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{37a^2}{4}$ (находить сами боковые стороны нет необходимости, достаточно найти их квадраты). $CC_1 = AA_1 = 3a$, $B_1C_1 = BC = 2a$, $LC_1 = \dfrac{1}{2}B_1C_1 = a$.

$$CL^2 = LC_1^2 + CC_1^2 = a^2 + 9a^2 = 10a^2.$$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{5}$. $KL = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. В трапеции $AKLC$ проведём прямую KN параллельно CL. Т.к. $KL \parallel AC$, $KN \parallel CL$, то $KNCL$ – параллелограмм, и $NC = KL = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$, $AN = AC - NC = a\sqrt{5} - \dfrac{a\sqrt{5}}{2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$ и $KN = CL \Rightarrow KN^2 = CL^2 = 10a^2$. В треугольнике AKN проведём высоту KH (она же – высота трапеции $AKLC$). $AH = x$, $HN = AN - AH = \dfrac{a\sqrt{5}}{2} - x$.

$$\begin{cases} KH^2 = AK^2 - AH^2 = \dfrac{37a^2}{4} - x^2 \\ KH^2 = KN^2 - HN^2 = 10a^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{5}}{2} - x\right)^2 = \dfrac{35a^2}{4} + a\sqrt{5}x - x^2 \end{cases}.$$

Отсюда: $\dfrac{35a^2}{4} + a\sqrt{5}x - x^2 = \dfrac{37a^2}{4} - x^2 \Leftrightarrow a\sqrt{5}x = \dfrac{a^2}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{a}{2\sqrt{5}}$.

Тогда $KH^2 = \dfrac{37a^2}{4} - \dfrac{a^2}{20} = \dfrac{184a^2}{20} = \dfrac{46a^2}{5} \Rightarrow KH = \dfrac{\sqrt{46}}{5}a$.

Площадь трапеции: $S = \dfrac{1}{2}(KL + AC) \cdot KH = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a\sqrt{5}}{2} + a\sqrt{5}\right) \cdot \dfrac{\sqrt{46}}{\sqrt{5}}a = \dfrac{3\sqrt{46}}{8}a^2$.

08.03.2016 12:00:21