

Пример 1. $\frac{3x+5}{6x+3} + \frac{1}{4x^2-1} \stackrel{?}{=} \frac{x}{2x-1}$

Перенесем в левую часть уравнения

$$\frac{3x+5}{6x+3} + \frac{1}{4x^2-1} - \frac{x}{2x-1} = 0$$

Приводим к общему знаменателю, по правилу сложения и вычитания дробей

$$\frac{3x+5}{3(2x+1)} + \frac{1}{(2x+1)(2x-1)} - \frac{x}{2x-1} = 0 \quad \left| \begin{array}{l} \text{общий} \\ \text{знаменатель} \\ 3(2x+1)(2x-1) \neq 0 \end{array} \right.$$

$$\frac{(3x+5)(2x-1) + 3 - x \cdot 3(2x+1)}{3(2x+1)(2x-1)} = 0$$

$$\frac{6x^2 + 10x - 3x - 5 + 3 - 6x^2 - 3x}{3(2x+1)(2x-1)} = 0$$

(*) $\frac{4x-2}{3(2x+1)(2x-1)} = 0$

Это уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} 4x-2=0 \\ 3(2x+1)(2x-1) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0,5 \\ x \neq 0,5 \\ x \neq -0,5 \end{cases}$$

Эта система не имеет решений, т.к. единственный корень $x=0,5$ обращает в нуль знаменатель уравнения (*).

Ответ: корней нет

Пример 2 Решить рациональное уравнение: 9.11.20

$$\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x-2} = \frac{1}{2} \quad \text{переносим } \frac{1}{2} \text{ в левую часть}$$

$$\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x-2} - \frac{1}{2} = 0 \quad | \cdot 2(x+2)(x-2)$$

$$\frac{3 \cdot 2(x-2) + 2 \cdot 2(x+2) - (x+2)(x-2)}{2(x+2)(x-2)} = 0$$

$$\frac{6(x-2) + 4(x+2) - (x^2 - 4)}{2(x^2 - 4)} = 0$$

$$\frac{6x - 12 + 4x + 8 - x^2 + 4}{2(x^2 - 4)} = 0$$

$$\frac{10x - x^2}{2(x^2 - 4)} = 0$$

Дробь равна 0, если числитель равен 0
 $10x - x^2 = 0$, а знаменатель $2(x^2 - 4) \neq 0$
не равен 0.

$$\text{т.е. } \begin{cases} x(10-x) = 0 \\ 2(x^2 - 4) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4 \neq 0$$

$$x^2 \neq 4$$

$$x(10-x) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad 10 - x = 0$$

$$10 = x_2$$

$$x^2 \neq 4$$

$$x_{1,2} \neq \pm \sqrt{4} \neq \pm 2$$

Ответ: 0 и 10.

Домаашнее задание

9.11.20.

$$1) \frac{5}{x^2-4} + \frac{2x}{x+2} = 2$$

$$2) \frac{4}{x-3} - \frac{1}{x} = \frac{5}{x-2}$$

$$3) \frac{2y^2+5}{1-y^2} + \frac{y+1}{y-1} = \frac{4}{y+1}$$

$$4) \frac{2x^2-4x-16}{x-4} - x = 0$$

$$5) \frac{13}{x+2} + \frac{12}{2x-13} = 2$$

$$6) \frac{8}{x-3} + \frac{3}{x-8} = 2$$

$$7) \frac{x-6}{x-9} = 2$$

$$8) x - \frac{12}{x} = -4$$

$$9) x + \frac{11}{x} = -12$$

$$10) -\frac{x^2+2x}{x+10} = 0$$

Решить
подробно