

Введём систему координат  $Oxy$  так, чтобы ось  $Oy$  была направлена вверх поперёк (!) наклонной плоскости, а ось  $Ox$  вниз вдоль (!) наклонной плоскости. При этом за нулевую точку примем правое окончание пружины. Тогда положительная координата  $x$  – будет как раз означать растяжение пружины, а отрицательная координата  $x$  – будет означать сжатие пружины.

Сила трения направлена вдоль наклонной плоскости, поэтому её проекция на ось  $Oy$  равна нулю, а проекция на ось  $Ox$  по модулю равна самой силе трения. При этом в разных состояниях движения – сила трения может быть направлена в разные стороны, т.е. проекция может иметь как знак плюс, так и знак минус. А в различных состояниях покоя – сила трения покоя не только может иметь разные направления, но и не равна по модулю силе трения покоя  $F_{тр} \neq \mu N$ , а меньше неё, т.е.  $F_{тр} < \mu N$ , т.е.  $|F_{трx}| < \mu N$ .

Поставленные условия не уточняются обстоятельствами, при которых система пришла в равновесие. И можно предположить, как минимум, четыре разных способа достижения равновесия:

**Подзадача-1:** Груз после подвешивания просто отпустили. При этом система начинает совершать квазигармонические затухающие колебания в условиях сухого трения, которые описываются стандартной гармонической функцией косинуса с ненулевым постоянным по модулю уровнем равновесия, знак которого переключается на каждом новом полупериоде (отсчитывая от начального момента времени). Эта задача наиболее трудна для решения при строгом обосновании всех факторов.

**Подзадача-2:** Груз после подвешивания не отпускают, а подпирая снизу (с правого торца), очень медленно (квази-статично) позволяют ему сползть по плоскости за счёт превалирующей силы тяжести, не допуская разгона и не помогая ему. При этом очевидным следствием достигнутого устойчивого равновесия является его «пограничность», т.е. если мы хотя бы на миллиметр подвинем груз вдоль плоскости вверх – он снова начнёт сползть обратно вниз вдоль неё. В этом случае, ясно, что в любой момент времени – сила трения будет направлена против сползания, т.е. строго вверх вдоль (!) наклонной плоскости. При этом, поскольку до последнего момента установления равновесия груз движется (!), то значит, сила трения всегда равна именно силе трения скольжения, т.е.  $F_{тр} = \mu N$ , т.е.  $F_{трx} = -\mu N$ . Такую задачу решить проще всего.

**Подзадача-3:** Груз после подвешивания не отпускают, а тянут вниз, растягивая пружину до такого состояния, чтобы груз начал двигаться обратно вверх. При этом грузу не дают двигаться свободно обратно вверх, а подпирая сверху (со стороны крепления к пружине!), очень медленно (квази-статично) позволяют ему заползть вверх по плоскости за счёт превалирующей возвратной силы Гука (упругости), не допуская разгона и не помогая ему. При этом очевидным следствием достигнутого устойчивого равновесия является его «пограничность», т.е. если мы хотя бы на миллиметр подвинем груз вдоль плоскости вниз (!) – он снова начнёт заползть обратно вверх вдоль неё. В этом случае, ясно, что в любой момент времени – сила трения будет направлена против «заползания», т.е. строго вниз вдоль (!) наклонной плоскости. При этом, поскольку до последнего момента установления равновесия груз движется (!), то значит, сила трения всегда равна именно силе трения скольжения, т.е.  $F_{тр} = \mu N$ , т.е.  $F_{трx} = \mu N$ . Эту задачу тоже решить несложно.

**Подзадача-4:** Груз после подвешивания не отпускают, а некоторым случайным образом растягивая пружину, кладут его в новое положение, и оказывается, что в этом положении груз

находится в состоянии устойчивого равновесия. Причём в этом случае, медленный сдвиг на небольшие расстояния вдоль плоскости вверх и вниз – не приведёт груз в движение, т.е. такое равновесие не только устойчивое, а ещё и безразлично-устойчивое. Как именно при этом будет направлена сила трения покоя – неизвестно, поэтому для такой подзадачи нужно рассматривать силу трения в общем случае, и её нельзя считать просто равной силе трения скольжения, т.е.  $F_{тр} \neq \mu N$ , а  $|F_{тр}| < \mu N$  или  $-\mu N < F_{тр} < \mu N$ . Эту задачу решать – чуть сложнее. Она фактически объединяет в себе подзадачи 2 и 3, и её решение уже будет представлять собой не решение уравнения, а решение неравенства.

**\*\*\* Инвертированная задача:** Если бы в задаче были даны жёсткость, масса, угол наклона и трение, а спрашивалось бы о величине возможного отклонения от положения равновесия (т.е. величине растягивания пружины), то тогда ответом на такую задачу было бы не конкретное значение отклонения, а диапазон, как при решении любого математического неравенства. Эта задача чуть похожа на подзадачу-4, и решить её – даже проще.

#### Решим для начала Подзадачу-2.

$$\text{По оси } O_x \text{ окажется, что: } F_{гук} + F_{трх} + mg_x = 0 ;$$

$$-kx - \mu N + mg_x = 0 ;$$

$$kx + \mu |mg_y| = mg_x ;$$

$$kx + \mu mg \cos \alpha = mg \sin \alpha ;$$

$$\mu \cos \alpha = \sin \alpha - kx/[mg] ;$$

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha - kx/[mg \cos \alpha] ; \quad [2]$$

**\*\*\*** Данная подзадача вообще может иметь смысл, когда  $\mu > 0$ , т.е. когда  $\operatorname{tg} \alpha - kx/[mg \cos \alpha] > 0$  или  $\operatorname{tg} \alpha > kx/[mg \cos \alpha]$ , откуда:

$$\sin \alpha > kx/[mg] \quad [***2]$$

**\*\*\*** В данном случае  $\sin 30^\circ = 1/2 > 10 \cdot 0.1/[1 \cdot 9.8]$ , т.е. условие выполнено.

$$\mu = \sin 30^\circ / \cos 30^\circ - 10 \cdot 0.1/[1 \cdot 9.8 \cdot \cos 30^\circ] = [2/\sqrt{3}] (1/2 - 1/9.8) = [1/\sqrt{3}] (1 - 10/49) = 39/[49\sqrt{3}] \approx 0.46 ;$$

#### Решим Подзадачу-3.

По оси  $Ox$  окажется, что:  $F_{Гук} + F_{трх} + mg_x = 0$  ;

$$-kx + \mu N + mg_x = 0 ;$$

$$kx - \mu |mg_y| = mg_x ;$$

$$\mu |mg_y| = kx - mg_x ;$$

$$\mu mg \cos \alpha = kx - mg \sin \alpha ;$$

$$\mu \cos \alpha = kx/[mg] - \sin \alpha ;$$

$$\mu = kx/[mg \cos \alpha] - \operatorname{tg} \alpha ; \quad [3]$$

\*\*\* Данная подзадача вообще может иметь смысл, когда  $\mu > 0$ , т.е. когда  $kx/[mg \cos \alpha] - \operatorname{tg} \alpha > 0$  или  $\operatorname{tg} \alpha < kx/[mg \cos \alpha]$ , откуда:

$$\sin \alpha < kx/[mg] \quad [***3]$$

\*\*\* В данном случае  $\sin 30^\circ = 1/2 > 10 \cdot 0.1 / [1 \cdot 9.8]$ , т.е. условие НЕ выполнено. Оно могло бы выполняться, если бы величина  $x$  была бы равна хотя бы 50 см, 60 см и т.п. Так же указанное условие могло бы выполняться, если бы жёсткость пружины была бы хотя бы 50 Н/м, 60 Н/м и т.п. И, кроме того, условие выполнялось бы, если бы угол наклонной плоскости был бы  $5^\circ$ ,  $4^\circ$  и т.п. Тем не менее, в аналитическом виде, решение Подзадачи-3 даётся именно формулой [2] при выполнении условия [\*\*\*2]

Легко заметить, что дополнительные обстоятельства, сформулированные в Подзадаче-2 и Подзадаче-3, приводят к условиям [\*\*\*2] и [\*\*\*3], которые отличаются только знаком неравенства, а ответ отличается только порядком вычитаемого и уменьшаемого. Стало быть, обстоятельства Подзадач 2 и 3 можно объединить так:

**Подзадача-[2+3]:** Груз после подвешивания не отпускают, а некоторым особенным образом растягивая пружину, кладут его в новое положение, и оказывается, что в этом положении груз находится в состоянии устойчивого равновесия. Причём в этом случае, медленный сдвиг на небольшие расстояния вдоль плоскости хотя бы в одном из направлений (вверх или вниз) – приведёт груз в движение (!). Т.е. это равновесие хоть и устойчивое, но не безразличное (!). Как именно при этом будет направлена сила трения покоя, можно выяснить, сравнив проекцию силы тяжести вдоль плоскости и силу Гука (упругости). Если проекция силы тяжести больше, то значит, сила трения должна быть направлена вверх, а если сила Гука больше – то наоборот, сила трения направлена вниз вдоль плоскости. Общее решение при таких обстоятельствах выразится формулой:

$$\mu = | kx/[mg \cos \alpha] - \operatorname{tg} \alpha | ; \quad [23]$$

В нашем случае:

$$\begin{aligned} \mu &= | 10 \cdot 0.1 / [1 \cdot 9.8 \cdot \cos 30^\circ] - \sin 30^\circ / \cos 30^\circ | = [2/\sqrt{3}] | 1/9.8 - 1/2 | = \\ &= [1/\sqrt{3}] | 10/49 - 1 | = 39/[49\sqrt{3}] \approx 0.46 ; \end{aligned}$$

Изначально мы подходили к решению задачи, с учётом обстоятельств, сформулированных в подзадачах 2 и 3, с аналитической точки зрения, считая величину массы, жёсткости, отклонения и угла – просто переменными. Если бы мы решали задачу с учётом обстоятельств Подзадачи-[2+3] сразу же не аналитически, а арифметически, то мы бы увидели, что сила Гука  $F_{гук}=kx=1$  Н МЕНЬШЕ проекции силы тяжести  $|mg_x|=mgsin\alpha=4.9$ . Откуда было бы ясно, что для равновесия силе Гука должна «помогать» сила трения, направленная вверх вдоль наклонной плоскости в сторону силы Гука (упругости) и сразу пришли бы к решению [2] Подзадачи-2, которой и соответствуют общие обстоятельства Подзадачи-[2+3]

#### Решим Подзадачу-4.

По оси  $Ox$  окажется, что:  $F_{гук} + F_{трx} + mg_x = 0$  ;

$$-kx + F_{трx} + mg_x = 0 ;$$

$$F_{трx} = kx - mgsin\alpha ;$$

Поскольку  $|F_{трx}| < \mu |mg_y|$  , то:

$$|kx - mgsin\alpha| < \mu mgcos\alpha ;$$

$$-\mu mgcos\alpha < kx - mgsin\alpha < \mu mgcos\alpha ;$$

решая левую часть двойного неравенства, получаем:

$$-\mu mgcos\alpha < kx - mgsin\alpha ;$$

$$\mu > tg\alpha - kx/[mgcos\alpha] ;$$

решая правую часть двойного неравенства, получаем:

$$kx - mgsin\alpha < \mu mgcos\alpha ;$$

$$\mu > kx/[mgcos\alpha] - tg\alpha ;$$

В итоге, имеем, что:  $\mu > \max( tg\alpha - kx/[mgcos\alpha] , kx/[mgcos\alpha] - tg\alpha ) = | kx/[mgcos\alpha] - tg\alpha |$  ;

$$\mu > | kx/[mgcos\alpha] - tg\alpha | ; \quad [4]$$

В нашем случае, на расстоянии  $x=10$  см, груз может находиться в состоянии безразлично-устойчивого равновесия (!) в соответствии с обстоятельствами, сформулированными в Подзадаче-4 в том случае, если  $\mu > 0.46$  .

**Решим \*\*\* Инвертированную задачу:**

Будем считать, что заданы:  $m$ ,  $k$ ,  $\mu$  и  $\alpha$ , и найдём при этих заданных параметрах возможное отклонение  $x$ :

Уравнение то же самое:

$$-kx + F_{\text{тр}x} + mg_x = 0 ;$$

$$F_{\text{тр}x} = kx - mgsin\alpha ;$$

Поскольку равновесие безразлично-устойчивое, то  $|F_{\text{тр}x}| < \mu |mg_y|$ , и тогда:

$$|kx - mgsin\alpha| < \mu mgcos\alpha ;$$

$$-\mu mgcos\alpha < kx - mgsin\alpha < \mu mgcos\alpha ;$$

$$mgsin\alpha - \mu mgcos\alpha < kx < \mu mgcos\alpha + mgsin\alpha ;$$

$$(mg/k) (sin\alpha - \mu cos\alpha) < x < (mg/k) (sin\alpha + \mu cos\alpha) ;$$

Вычислим в нашем случае с коэффициентом трения  $\mu \approx 0.46$  :

$$(1 \cdot 9.8/10) (sin30^\circ - 0.46cos30^\circ) < x < (1 \cdot 9.8/10) (sin30^\circ + 0.46cos30^\circ) ;$$

$$10 \text{ см} < x < 88 \text{ см} ;$$

Вычислим с коэффициентом трения  $\mu \approx 0.51$  (на 0.05 больше) :

$$6 \text{ см} < x < 92 \text{ см} ;$$

Вычислим с коэффициентом трения  $\mu \approx 0.66$  (на 0.2 больше исходного) :

$$-7 \text{ см} < x < 105 \text{ см} ;$$

Удваивая, к примеру, коэффициент трения до значения  $\mu \approx 0.92$ , получим :

$$-29 \text{ см} < x < 127 \text{ см} ;$$

Во всех дополнительных случаях, и при  $\mu \approx 0.51$ , и при  $\mu \approx 0.66$ , и при  $\mu \approx 0.92$ , условие  $x=10$  см – конечно же, удовлетворено, т.е. коэффициенты трения  $\mu \approx 0.51$ ,  $\mu \approx 0.66$  и  $\mu \approx 0.92$  – так же являются решением задачи, как и любые значения  $\mu > 0.46$ , в обстоятельствах безразлично-устойчивого равновесия, что и было показано в Подзадаче-4.

Знак минус в найденных для  $x$  диапазонах, конечно же, ни чему не противоречит и имеет конкретный смысл, поскольку  $x$  – это не длина пружины, а её «удлинение», а в случае с минусом – это её «укорочение», которое в некоторых пределах возможно; в каких именно пределах допустимо укорочение пружины – не задано, и это (что легко понять, немного порассуждав), в сущности, не повлияет на ответ  $\mu > 0.46$ .

**Решим самую сложную Подзадачу-1.** Перед решением – одно важное замечание: достижение ускорением нулевого значения (т.е. когда все силы скомпенсированы) вовсе не говорит о том, что тело остановится (!). Тело может двигаться равномерно и, имея как раз таки нулевое ускорение (!) перемещаться в пространстве. В данном случае, когда груз достигнет точки взаимокompенсации всех действующих сил – он уже разгонится и «проскочит» точку равновесия, дойдя по инерции до несколько большей координаты, которая и задана в условии. Как будет показано ниже, после «проскакивания» точки взаимокompенсации сил – тело пройдёт ещё столько же! Поэтому пренебрегать этим нельзя. Учитывая всё это и нужно искать коэффициент трения.

Допустим, груз только-только подвесили и отпустили. Исходное уравнение получается почти таким же, только сумма сил теперь не равна нулю, а равна создаваемому ими ускорению, умноженному на массу груза. Трение в этом случае оказывается направленным вверх, и будет направленно именно так (!) до тех пор, пока груз будет двигаться вниз в условиях сухого трения:

$$-kx - F_{\text{тр}} + mg_x = ma ;$$

$$mx'' = -kx - \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha ;$$

$$x'' = -[k/m]x + g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) ;$$

$$x'' = -[k/m](x - [mg/k](\sin \alpha - \mu \cos \alpha)) ;$$

Введём новую систему координат  $O_1x_1y$ , в которой точка отсчёта « $O_1$ » сдвинута вперёд (вправо) вдоль наклонной плоскости (вдоль оси  $Ox$ ) относительно старой точки отсчёта « $O$ » на величину :  $[mg/k](\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ . Тогда все новые координаты  $x_1$  окажутся меньше старых на величину сдвига:

$$x_1 = x - [mg/k](\sin \alpha - \mu \cos \alpha), \text{ ясно, что } x_1'' = x'', \text{ тогда:}$$

$$x_1'' = -[k/m]x_1, \text{ а это уравнение гармонических колебаний.}$$

Причём начинаются эти колебания при нулевой скорости с максимальным отклонением в отрицательные значения по оси  $O_1x_1$ , т.е. они описываются функцией «минус косинуса» (начальная фаза  $180^\circ = \pi$ ):

$$x_1 = -A_1 \cos \omega t, \text{ где } \omega = \sqrt{[k/m]},$$

а амплитуда определяется начальным отклонением  $x_{10}$  от равновесия, взятым со знаком «минус» в соответствии с начальной фазой:

$$A_1 = -x_{10} = - (x_0 - [mg/k](\sin \alpha - \mu \cos \alpha)) , \text{ а поскольку начальное значение } x_0 = 0 , \text{ то:}$$

$$A_1 = [mg/k](\sin \alpha - \mu \cos \alpha) ,$$

В процессе первого полупериода этого колебания, т.е. пока груз будет двигаться вниз вдоль плоскости (вперёд, в положительные значения  $x$ ) – сила трения всё время будет направлена вверх вдоль плоскости (т.е. в сторону отрицательных значений по оси  $Ox$ ), и движение будет как раз точно описываться приведённым только что решением.

По окончании первого полупериода колебания, груз переместится на двойную амплитуду и окажется в финальной координате первого полупериода:

$$x_{\phi 1} = 0 + 2A_1 = 2[mg/k](\sin\alpha - \mu\cos\alpha) ;$$

Предположим, что по окончании первого полупериода, когда груз попал в финальную координату  $x_{\phi 1}$ , сила трения будет не слишком большой и позволит грузу начать подниматься обратно. Сила трения при возможном последующем подъёме развернётся против нового направления движения и станет направленной уже вниз вдоль наклонной плоскости (т.е. в сторону положительных значений по оси  $Ox$ ) Для этого случая мы можем записать такое уравнение:

$$-kx + F_{\text{тр}} + mg_x = ma ;$$

$$mx'' = -kx + \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha ;$$

$$x'' = -[k/m]x + g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) ;$$

$$x'' = -[k/m](x - [mg/k](\mu\cos\alpha + \sin\alpha)) ;$$

Введём новую систему координат  $O_2x_2y$ , в которой точка отсчёта « $O_2$ » сдвинута вперёд (вправо) вдоль наклонной плоскости (вдоль оси  $Ox$ ) относительно старой точки отсчёта « $O$ » на величину :  $[mg/k](\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ . Тогда все новые координаты  $x_2$  окажутся меньше старых на величину этого сдвига:

$$x_2 = x - [mg/k](\sin\alpha + \mu\cos\alpha), \text{ ясно, что } x_2'' = x'', \text{ тогда:}$$

$$x_2'' = -[k/m]x_2, \text{ а это уравнение гармонических колебаний.}$$

Причём начинаются эти колебания при нулевой скорости с максимальным отклонением в ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ значения по оси  $O_2x_2$ , т.е. они описываются функцией «косинуса» (НУЛЕВАЯ начальная фаза):

$$x_2 = A_2 \cos\omega t, \text{ где } \omega = \sqrt{k/m},$$

а амплитуда определяется модулем начального отклонения  $x_{20}$  от равновесия:

$$A_2 = x_{20} = x_{\phi 1} - [mg/k](\sin\alpha + \mu\cos\alpha),$$

$$A_2 = 2[mg/k](\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - [mg/k](\sin\alpha + \mu\cos\alpha),$$

$$A_2 = [mg/k](\sin\alpha - 3\mu\cos\alpha),$$

Если при этом окажется, что  $A_2 < 0$ , то такое полупериодное колебание уже будет невозможным с нулевой фазой, которую обуславливает направление силы трения во втором возможном полупериоде колебаний, тогда:

$\sin\alpha - 3\mu\cos\alpha > 0$  , откуда:

$\mu < [\operatorname{tg}\alpha]/3$  , подставив это требование в  $x_{\phi 1}$ , получим:

$$kx_{\phi 1}/[2mg] = \sin\alpha - \mu\cos\alpha ;$$

$$\mu\cos\alpha = \sin\alpha - kx_{\phi 1}/[2mg] ;$$

$$\mu = \operatorname{tg}\alpha - kx_{\phi 1}/[2mg\cos\alpha] < [\operatorname{tg}\alpha]/3 ;$$

$$[2/3]\operatorname{tg}\alpha < kx_{\phi 1}/[2mg\cos\alpha] ;$$

$$x_{\phi 1} > [4/3][mg/k]\sin\alpha ;$$

По окончании второго полупериода груз перейдёт в меньшие координаты на двойную амплитуду второго полупериода, и окажется в финальной координате второго полупериода:

$$x_{\phi 2} = x_{\phi 1} - 2A_2 = x_{\phi 1} - 2 ( x_{\phi 1} - [mg/k](\sin\alpha + \mu\cos\alpha) ) = 2[mg/k](\sin\alpha + \mu\cos\alpha) - x_{\phi 1} ;$$

$$x_{\phi 2} = 2[mg/k](\sin\alpha + \mu\cos\alpha) - x_{\phi 1} = 2[mg/k](\sin\alpha + \mu\cos\alpha) - 2[mg/k](\sin\alpha - \mu\cos\alpha) ;$$

Итак: если  $x_{\phi 1} > [4/3][mg/k]\sin\alpha$  , то груз продолжит движение и доберётся до:

$$x_{\phi 2} = 4[mg/k]\mu\cos\alpha ;$$

Предположим, что по окончании второго полупериода, когда груз попал в финальную координату  $x_{\phi 2}$ , сила трения будет не слишком большой и позволит грузу начать опускаться обратно. Сила трения при возможном последующем спуске развернётся против нового направления движения и станет направленной уже опять вверх вдоль наклонной плоскости (т.е. в сторону отрицательных значений по оси  $Ox$ ) Для этого случая мы можем опять же записать аналогичное уравнение:

$$-kx - F_{\text{тр}} + mg_x = ma ;$$

$$mx'' = -kx - \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha ;$$

$$x'' = -[k/m]x + g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) ;$$

$$x'' = -[k/m]( x - [mg/k](\sin\alpha - \mu\cos\alpha) ) ;$$

Как уже было показано выше – это уравнение гармонических колебаний. Причём начинаются эти колебания при нулевой скорости с максимальным отклонением в отрицательные значения по оси  $O_1x_1$ , т.е. они описываются функцией «минус косинуса» (начальная фаза  $180^\circ = \pi$ ):

Амплитуда третьего полупериода определяется начальным отклонением  $x_{10}$  от равновесия, взятым со знаком «минус» в соответствии с начальной фазой:

$$A_3 = -x_{10} = -( x_{\phi 2} - [mg/k](\sin\alpha - \mu\cos\alpha) ) ,$$

$$A_3 = -( 4[mg/k]\mu\cos\alpha - [mg/k](\sin\alpha - \mu\cos\alpha) ) ,$$

$$A_3 = [mg/k](\sin\alpha - 5\mu\cos\alpha) ,$$

Если при этом окажется, что  $A_3 < 0$ , то такое полупериодное колебание уже будет невозможным с фазой  $180^\circ = \pi$ , которую обуславливает направление силы трения в третьем возможном полупериоде колебаний, тогда:

$$\sin\alpha - 5\mu\cos\alpha > 0, \text{ откуда:}$$

$$\mu < [\operatorname{tg}\alpha]/5, \text{ подставив это требование в } x_{\phi_2}, \text{ получим:}$$

$$\mu = kx_{\phi_2}/[4mg\cos\alpha] < [\operatorname{tg}\alpha]/5;$$

$$x_{\phi_2} < [4/5][mg/k]\sin\alpha;$$

По окончании третьего полупериода груз перейдёт в большие координаты на двойную амплитуду третьего полупериода, и окажется в финальной координате третьего полупериода:

$$x_{\phi_3} = x_{\phi_2} + 2A_3 = x_{\phi_2} - 2(x_{\phi_2} - [mg/k](\sin\alpha - \mu\cos\alpha)) = 2[mg/k](\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - x_{\phi_2};$$

$$x_{\phi_3} = 2[mg/k](\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - x_{\phi_2} = 2[mg/k](\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - 4[mg/k]\mu\cos\alpha;$$

Итак: если  $x_{\phi_2} < [4/5][mg/k]\sin\alpha$ , то груз продолжит движение и доберётся до:

$$x_{\phi_3} = 2[mg/k](\sin\alpha - 3\mu\cos\alpha);$$

Далее, всё будет развиваться аналогично. Обобщая полученные результаты, мы можем написать, что:

1) после первого полупериода, груз сместиться в положение:  $x_{\phi_1} = 2[mg/k](\sin\alpha - \mu\cos\alpha);$

2) при условии, что:  $x_{\phi_1} > [4/3][mg/k]\sin\alpha$ , груз сместиться в положение:  $x_{\phi_2} = 4[mg/k]\mu\cos\alpha;$

3) при условии, что:  $x_{\phi_2} < [4/5][mg/k]\sin\alpha$ , груз сместиться в положение:  $x_{\phi_3} = 2[mg/k](\sin\alpha - 3\mu\cos\alpha);$

4) при условии, что:  $x_{\phi_3} > [8/7][mg/k]\sin\alpha$ , груз сместиться в положение:  $x_{\phi_4} = 8[mg/k]\mu\cos\alpha;$

5) при условии, что:  $x_{\phi_4} < [8/9][mg/k]\sin\alpha$ , груз сместиться в положение:  $x_{\phi_5} = 2[mg/k](\sin\alpha - 5\mu\cos\alpha);$

2n ) если:  $x_{\phi_{[2n-1]}} > [4n/(4n-1)][mg/k]\sin\alpha$ , груз сместиться в положение:  $x_{\phi_{[2n]}} = 4n[mg/k]\mu\cos\alpha;$

2n+1 ) если:  $x_{\phi_{[2n]}} < [4n/(4n+1)][mg/k]\sin\alpha$  – в положение:  $x_{\phi_{[2n+1]}} = 2[mg/k](\sin\alpha - [2n+1]\mu\cos\alpha);$

В нашем конкретном случае:  $[4/3][mg/k]\sin\alpha = 1.96/3 \text{ м} \approx 65 \text{ см}$ , а это означает, что груз не начнёт движение во втором полупериоде, поскольку не выполняется условие, что:  $x_{\phi_1} > [4/3][mg/k]\sin\alpha$ , так как  $10 \text{ см} < 65 \text{ см}$ .

Тогда смещение свободно отпущенного груза будет смещением  $x_{\phi_1}$ , откуда из 1) находим, что:

$$\mu = \frac{\operatorname{tg} \alpha - kx_{\phi 1}}{2mg \cos \alpha} = \frac{(\sin \alpha - kx_{\phi 1})}{2mg \cos \alpha} = \frac{[2/\sqrt{3}] (49/98 - 5/98)}{44/[49/\sqrt{3}]} \approx 0.52$$

Всё логично, если мы будем использовать наклонную плоскость с коэффициентом трения  $\mu \approx 0.46$ , найденном в Подзадачах 2, 3 и 4, то когда груз дойдёт до точки  $x=10$  см, у него компенсируются все силы, и ускорение при этом, в самом деле, станет равным нулю. Однако у тела будет набран определённый разгон (!) и оно проскочит точку простого равновесия, поскольку, как уже было сказано выше: нулевое ускорение у тела вообще ничего не говорит о скорости тела, тело вполне может двигаться равномерно и при этом как раз, имея нулевое ускорение – постоянно менять свои координаты.

А вот если мы возьмём наклонную плоскость с несколько большим коэффициентом трения, а именно с  $\mu \approx 0.52$ , то все силы, действующие на груз, взаимно скомпенсируются, при растяжении пружины примерно на 5 см. А уж потом груз по инерции достигнет растяжения пружины в 10 см и на этом месте окончательно «застрянет» из-за силы трения.