

$$\frac{3x-1}{x+3} - \frac{x^2-27x-10}{x^2-2x-15} = \frac{x+1}{x-5}$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} x+3 \neq 0 & (1) \\ x^2-2x-15 \neq 0 & (2) \\ x-5 \neq 0 & (3) \end{cases}$$

$$\frac{3x-1}{x+3} - \frac{x^2-27x-10}{x^2-2x-15} - \frac{x+1}{x-5} = 0$$

$$\frac{3x-1}{x+3} - \frac{x^2-27x-10}{(x-5)(x+3)} - \frac{x+1}{x-5} = 0$$

$$\frac{(3x-1)(x-5)}{(x+3)(x-5)} - \frac{x^2-27x-10}{(x-5)(x+3)} - \frac{(x+1)(x+3)}{(x-5)(x+3)} = 0$$

$$\frac{(3x-1)(x-5) - (x^2-27x-10) - (x+1)(x+3)}{(x+3)(x-5)} = 0$$

$$\frac{(3x^2-15x-x+5) - (x^2-27x-10) - (x^2+3x+x+3)}{(x+3)(x-5)} = 0$$

$$\frac{(3x^2-16x+5) - (x^2-27x-10) - (x^2+4x+3)}{(x+3)(x-5)} = 0$$

$$\frac{3x^2-16x+5-x^2+27x+10-x^2-4x-3}{(x+3)(x-5)} = 0$$

$$\frac{x^2+7x+12}{(x+3)(x-5)} = 0$$

$$\frac{(x+4)(x+3)}{(x+3)(x-5)} = 0$$

$$\frac{x+4}{x-5} = 0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$x+4=0$$

$$x=-4$$

$x=-4$ удовлетворяет ОДЗ.

ответ: $x=-4$.