

$$(16-x^2)(x^2+4)(x^2+x+1)(x^2-x-12) \leq 0$$

Решаем вспомогательное уравнение.

Уравнение 1 .

$$(16-x^2)(x^2+4)(x^2+x+1)(x^2-x-12)=0$$

решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1.

$$16-x^2=0$$

$$-x^2=-16$$

$$x^2=16$$

$$x=-4; x=4$$

Случай 2.

$$x^2+4=0$$

$$x^2=-4 \text{ нет решений.}$$

Случай.

$$x^2+x+1=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=1^2-4 \cdot 1 \cdot 1=-3$$

Дискриминант отрицателен, значит уравнение не имеет корней.

Случай 4.

$$x^2-x-12=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=(-1)^2-4 \cdot 1 \cdot (-12)=49$$

$$x_{1,2}=\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{1-7}{2 \cdot 1} = -3; x_2 = \frac{1+7}{2 \cdot 1} = 4$$

Ответ уравнения: $x = -4; x = -3; x = 4$.

Расчет знаков.

Случай 1 : $x < -4$.

Пусть $x = -5$

$$(16 - (-5)^2)((-5)^2 + 4)((-5)^2 + (-5) + 1)((-5)^2 - (-5) - 12) = (-9)29 \cdot 21 \cdot 18 < 0$$

удовлетворяет неравенству.

Случай 2 : $-4 < x < -3$.

Пусть $x = -3,1$

$$(16 - (-3,1)^2)((-3,1)^2 + 4)((-3,1)^2 + (-3,1) + 1)((-3,1)^2 - (-3,1) - 12) = 6,39 \cdot 13,61 \cdot 7,51 \cdot 0,71 > 0$$

этот случай не удовлетворяет неравенству.

Случай 3 : $-3 < x < 4$.

Пусть $x = 0$

$$(16 - 0^2)(0^2 + 4)(0^2 + 0 + 1)(0^2 - 0 - 12) = 16 \cdot 4 \cdot 1 \cdot (-12) < 0$$

случай удовлетворяет неравенству.

Случай 4 : $4 < x$.

Пусть $x = 5$

$$(16 - 5^2)(5^2 + 4)(5^2 + 5 + 1)(5^2 - 5 - 12) = (-9)29 \cdot 31 \cdot 8 < 0$$

случай удовлетворяет неравенству.

Числа $-4; -3; 4$ удовлетворяют неравенству.



ответ: $x \leq -4; x \geq -3$.

$$\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} \geq -3$$

$$\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} + 3 \geq 0$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 & (1) \\ x+1 \neq 0 & (2) \end{cases}$$

$$\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} + 3 \geq 0$$

$$3 + \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} \geq 0$$

$$3 + \frac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} \geq 0$$

$$3 + \frac{2(x+1) - (x-1)}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$3 + \frac{(2x+2) - (x-1)}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$3 + \frac{2x+2-x+1}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$3 + \frac{x+3}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{3(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{x+3}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{3(x-1)(x+1) + (x+3)}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{(3x-3)(x+1) + (x+3)}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{(3x^2 + 3x - 3x - 3) + (x+3)}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{(3x^2 - 3) + (x+3)}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{3x^2 - 3 + x + 3}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{3x^2+x}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

Решаем вспомогательные уравнения.

$$(1) 3x^2+x=0$$

$$(2) x-1=0$$

$$(3) x+1=0$$

Уравнение 1 .

$$3x^2+x=0$$

$$x(3x+1)=0$$

$$x=-\frac{1}{3}; x=0 .$$

Уравнение 2 .

$$x-1=0$$

$$x=1$$

Уравнение 3 .

$$x+1=0$$

$$x=-1$$

Расчет знаков.

Случай 1 : $x < -1$.

Пусть $x = -2$

$$\frac{3(-2)^2+(-2)}{((-2)-1)((-2)+1)} = \frac{10}{(-3)(-1)} > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $-1 < x < -\frac{1}{3}$.

Пусть $x = -0,4$

$$\frac{3(-0,4)^2+(-0,4)}{((-0,4)-1)((-0,4)+1)} = \frac{0,08}{(-1,4)0,6} < 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 3 : $-\frac{1}{3} < x < 0$.

Пусть $x = -0,1$

$$\frac{3(-0,1)^2 + (-0,1)}{((-0,1)-1)((-0,1)+1)} = \frac{-0,07}{(-1,1)0,9} > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 4 : $0 < x < 1$.

Пусть $x = 0,1$

$$\frac{3 \cdot 0,1^2 + 0,1}{(0,1-1)(0,1+1)} = \frac{0,13}{(-0,9)1,1} < 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 5 : $1 < x$.

Пусть $x = 2$

$$\frac{3 \cdot 2^2 + 2}{(2-1)(2+1)} = \frac{14}{1 \cdot 3} > 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Числа $-\frac{1}{3}; 0$ удовлетворяют неравенству.

Числа $-1; 1$ не удовлетворяют неравенству.



ответ: $x < -1; -\frac{1}{3} \leq x \leq 0; x > 1$.