

Так как противолежащие грани куба параллельны, проведем из точки В прямую ВЕ, параллельную АМ. Соответственно, АМ=ВЕ и B1E=(1/4)\*B1C1.

Получаем треугольник BEN, в котором нужно найти косинус угла NBE, равный косинусу угла между прямыми AM и BN.

Найдем все стороны треугольника BEN, затем по теореме косинусов определим искомый косинус угла NBE.

A1N=(1/3)\*A1B1=(1/3)\*1=1/3

NB1=(2/3)\*A1B1=(2/3)\*1=1/3

B1E=(1/4)\*B1C1=(1/4)\*1=1/4

В прямоугольном треугольнике NB1B по теореме Пифагора

$BN^{2}=1+\frac{4}{9}$

В прямоугольном треугольнике BB1E по теореме Пифагора

$BE^{2}=1+\frac{1}{16}$

В прямоугольном треугольнике NB1E по теореме Пифагора

$NE^{2}=\frac{4}{9}+\frac{1}{16}$

В треугольник NBE по теореме косинусов

$NE^{2}=BE^{2}+BN^{2}-2\*BE\*BN\*cos∠NBE$

$\left(\frac{4}{9}+\frac{1}{16}\right)=\left(1+\frac{1}{16}\right)+\left(1+\frac{4}{9}\right)-2\*\left(1+\frac{1}{16}\right)\*\left(1+\frac{4}{9}\right)\*cos∠NBE$

$\frac{221}{72}\*cos∠NBE=2$

$cos∠NBE=\frac{144}{221}$

Значит, $cos∠\left(AM;BN\right)=\frac{144}{221}$

Если посчитать сам угол, то он равен примерно 49,34 градусов.