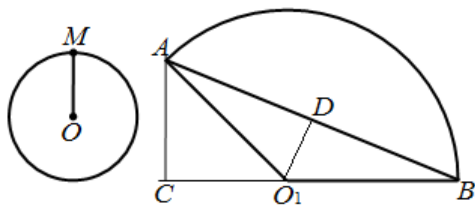


Окружность с радиусом 12 см разогнута в дугу, центральный угол которой равен 135 градусам. Найдите радиус этой дуги и длину хорды, стягиваемой этой дугой.



Пусть окружность радиуса $OM = 12$ см разогнута в дугу AB , центральный угол которой $\angle AO_1B = 135^\circ$, $O_1A = O_1B = R$ – радиусы этой дуги.

Длина окружности радиуса R равна $L = 2\pi R$, а длина дуги $l = \frac{L \cdot 135^\circ}{360^\circ} = \frac{3}{8}L = \frac{3}{4}\pi R$ и равна длине окружно-

сти радиуса $OM = 12$ см: $l = 2\pi \cdot 12 = 24\pi$ см. Поэтому

$$\frac{3}{4}\pi R = 24\pi \text{ см и } R = 32 \text{ см.}$$

Длину хорды AB можно находить по-разному.

1) Если вы ещё не изучали тригонометрические функции, то поступим так:

Продолжим BO_1 за точку O_1 до пересечения с высотой треугольника O_1AB из вершины A к стороне O_1B до пересечения в точке C .

$$\angle AO_1C = 180^\circ - \angle AO_1B = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$$

$\triangle ACO_1$ – прямоугольный ($\angle ACO_1 = 90^\circ$), а сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° : $\angle CAO_1 + \angle AO_1C = 90^\circ$;

$\angle CAO_1 = 90^\circ - \angle AO_1C = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, т.е. $\angle CAO_1 = \angle AO_1C$, и $\triangle ACO_1$ – равнобедренный: $AC = CO_1 = x$. По теореме Пифагора $AC^2 + CO_1^2 = AO_1^2$. $AO_1 = R = 32$ см, и

$$x^2 + x^2 = 32^2; 2x^2 = 32^2; x^2 = 16 \cdot 32; x = 16\sqrt{2} \text{ см.}$$

$$AC = CO_1 = 16\sqrt{2} \text{ см; } BC = BO_1 + CO_1 = 32 + 16\sqrt{2} = 16(2 + \sqrt{2}) \text{ см.}$$

По теореме Пифагора $AB^2 = AC^2 + BC^2 = (16\sqrt{2})^2 + 16^2(2 + \sqrt{2})^2$;

$$AB^2 = 512 + 256(4 + 4\sqrt{2} + 2) = 2048 + 1024\sqrt{2} = 1024(2 + \sqrt{2});$$

$$AB = 32\sqrt{(2 + \sqrt{2})} \text{ см.}$$

2) Если вы изучали тригонометрические функции, но не изучали теорему косинусов:

$\angle AO_1B = 135^\circ = \alpha$. В треугольнике AO_1B проводим высоту O_1D .

Т.к. $\triangle AO_1B$ – равнобедренный ($AO_1 = O_1B = 32$ см), то O_1D – биссектриса и медиана

треугольника AO_1B : $\angle AO_1D = \frac{\alpha}{2}$; $AD = \frac{1}{2}AB$; $AD = AO_1 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$; $AB = 2AO_1 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$;

$$AB = 2AO_1 \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} = 32\sqrt{2 - 2\cos 135^\circ} = 32\sqrt{2 + 2\cos 45^\circ} = 32\sqrt{2 + \sqrt{2}} \text{ см.}$$

3) Если вы изучали теорему косинусов:

$$AB^2 = AO_1^2 + BO_1^2 - 2AO_1 \cdot BO_1 \cdot \cos 135^\circ = 32^2 + 32^2 - 2 \cdot 32^2 \cdot \cos 45^\circ = 32^2(2 + \sqrt{2}) \text{ и}$$

$$AB = 32\sqrt{(2 + \sqrt{2})} \text{ см.}$$