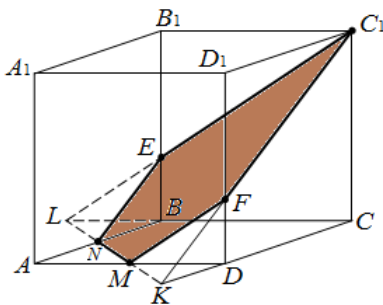


N – середина AB , M – середина BD . Точки M и N принадлежат плоскостям C_1NM и ABD , значит и прямая, проходящая через точки M и N , принадлежит этим плоскостям (иначе, плоскости C_1NM и ABD пересекаются по прямой NM). Продолжим прямую NM до пересечения с продолжениями рёбер BC и CD (L – точка пересечения с продолжением BC , K – с продолжением CD).

Точки L и K лежат на прямой, принадлежащей плоскости C_1NM , точка C_1 тоже принадлежит плоскости C_1NM , значит прямые C_1L и C_1K тоже принадлежат плоскости C_1NM . Но прямая C_1L принадлежит также плоскости BCB_1 , т.е. плоскости C_1NM и BCB_1 пересекаются по прямой C_1L , которая пересекает ребро BB_1 в точке E . Аналогично, плоскости C_1NM и CDC_1 пересекаются по прямой C_1K , пересекающей ребро DD_1 в точке F .

EN принадлежит плоскостям C_1NM и ABB_1 и является линией их пересечения, а FM – линия пересечения плоскостей C_1NM и ADD_1 .



Таким образом, сечением призмы плоскостью, проходящей через вершину C_1 и середины рёбер AB и AD является выпуклый пятиугольник NEC_1FM . «Видимыми» у этого пятиугольника являются стороны C_1F и FM , род я наглядности он обведён жирными отрезками и закрашен.

Найдём периметр полученного сечения при условии, что все рёбра призмы равны 1 (грани – квадраты со стороной, равной 1). $NM = AM\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

У треугольников NAM и MDK углы NAM и MDK – прямые, $\angle AMN = \angle KMD$ как вертикальные и $AM = MD \Rightarrow \triangle NAM = \triangle MDK \Rightarrow KD = AN = \frac{1}{2}$. Аналогично,

$BL = \frac{1}{2}$. $CL = BC + BL = \frac{3}{2}$. Из подобных треугольников CLC_1 и BLE :

$BE : CC_1 = BL : CL = 1 : 3 \Rightarrow BE = \frac{1}{3} \Rightarrow B_1E = \frac{2}{3}$. Аналогично, $FD = \frac{1}{3}$ и $FD_1 = \frac{2}{3}$.

Из прямоугольных треугольников MDF и FD_1C_1 (углы MDF и FD_1C_1 – прямые) по теореме Пифагора получаем:

$$FM^2 = MD^2 + FD^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{13}{36} \Rightarrow FM = \frac{\sqrt{13}}{6}, \text{ аналогично: } NE = \frac{\sqrt{13}}{6}.$$

$$FC_1^2 = FD_1^2 + C_1D_1^2 = \frac{4}{9} + 1 = \frac{13}{9} \Rightarrow FC_1 = \frac{\sqrt{13}}{3} \text{ и } EC_1 = \frac{\sqrt{13}}{3}.$$

$$p = NM + NE + MF + EC_1 + FC_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{13}}{6} + 2 \cdot \frac{\sqrt{13}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{13}.$$