

$$1. a) \left(\frac{1}{3}\right)^x \gg 9 \Rightarrow 3^{-x} \gg 3^2 \Rightarrow -x \gg 2 \Rightarrow x \leq -2 \quad (1)$$

б) $(0,5)^x \gg -0,5$ Положительное число в любой степени — число положительное, поэтому $0,5^x > 0 > -0,5$ при всех значениях x

$$в) 3^{x+1} < \frac{1}{27} \Rightarrow 3 \cdot 3^x < \frac{1}{27} \Rightarrow 3^x < \frac{1}{81} \Rightarrow 3^x < 3^{-4} \Rightarrow x < -4$$

$$г) \log_{0,3} x \leq 2 \Rightarrow x \leq 0,3^2 \Rightarrow x \leq 0,09 \quad \begin{matrix} \text{ОДЗ: } x > 0 \\ 0 < x \leq 0,09 \end{matrix}$$

$$д) \log_3(2x+1) < 3 \Rightarrow 2x+1 < 3^3 \Rightarrow 2x+1 < 27 \Rightarrow \Rightarrow 2x < 26 \Rightarrow x < 13; \quad \text{ОДЗ: } 2x+1 > 0 \quad x > -\frac{1}{2}$$

Итак, $-0,5 < x < 13$

$$е) 5^{x+2} - 21 \cdot 5^x < 20 \Rightarrow 25 \cdot 5^x - 21 \cdot 5^x < 20 \Rightarrow \Rightarrow 4 \cdot 5^x < 20 \Rightarrow 5^x < 5 \Rightarrow x < 1$$

$$2. a) \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4\left(\frac{1}{2}\right)^x > -4 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 4\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4 > 0$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$y^2 - 4y + 4 > 0 \Rightarrow (y-2)^2 > 0 \quad \text{не } y_1 < 2$$

$$y_2 > 2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x_1} < 2 \Rightarrow x_1 < \frac{1}{4}$$

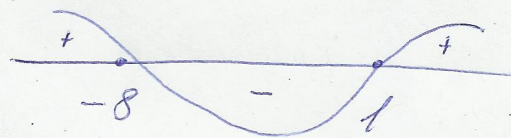
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x_2} > 2 \Rightarrow x_2 > \frac{1}{4}$$

$$x \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}; \infty\right)$$

$$8) 6 \cdot 8^x + 7 \cdot 8^x - 8 \leq 0 \Rightarrow 8^{2x} + 7 \cdot 8^x - 8 \leq 0$$

$$y = 8^x$$

$$y^2 + 7y - 8 \leq 0 \Rightarrow (y+8)(y-1) \leq 0$$



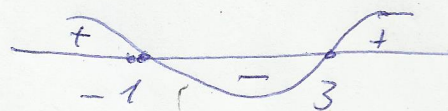
$$-8 \leq y \leq 1$$

$$-8 \leq 8^x \leq 1$$

При любом значении x $8^x > 0$, поэтому решением будет $x \leq 0$

$$b) \lg^2 x - 2 \lg x - 3 < 0 \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

$$\lg x = y \quad y^2 - 2y - 3 < 0 \quad (y-3)(y+1) < 0$$



$$-1 < y < 3$$

$$-1 < \lg x < 3$$

$$0,1 < x < 1000$$

$$2) \log_{0,5}^2 x + \log_{0,5} x - 2 > 0 \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

$$y = \log_{0,5} x \quad y^2 + y - 2 > 0 \quad (y+2)(y-1) > 0$$



$$y < -2 \quad y > 1$$

$$\log_{0,5} x < -2 \quad x < 4$$

$$x \in (0,5, 4)$$

$$\log_{0,5} x > 1$$

$$x > 0,5$$

$$3. a) \frac{\log_4 2,5}{\log_4 x - 1} \geq 1 \Rightarrow \log_{x-1}^{2,5} \geq 1 \Rightarrow 2,5 \geq x-1 \Rightarrow$$

$$x \leq 3,5 \quad \text{ОДЗ: } x-1 > 0; \quad x > 1$$

$$\text{Итак, } 1 < x \leq 3,5 \quad x \in (1; 3,5]$$

$$8) 9^x - 6 \cdot 3^x + 8 + \frac{1}{9^x - 6 \cdot 3^x + 10} > 0 \quad (3)$$

$$9^x - 6 \cdot 3^x + 10 - 2 + \frac{1}{9^x - 6 \cdot 3^x + 10} > 0$$

$$9^x - 6 \cdot 3^x + 10 = y \neq 0$$

$$y - 2 + \frac{1}{y} > 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 > 0$$

$$(y-1)^2 > 0 \quad y < 1, y > 1 \quad y \neq 0$$

$$9^x - 6 \cdot 3^x + 10 < 1 \Rightarrow 3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 10 < 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 9 < 0 \Rightarrow (3^x - 3)^2 < 0 - \text{не имеет решений}$$

$$\cancel{9^x - 6 \cdot 3^x + 10 > 0} \quad \cancel{3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 10 > 0} \Rightarrow$$

$$\cancel{3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 10 > 1} \quad \cancel{3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 9 > 0} \Rightarrow$$

$$3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 10 > 1 \Rightarrow 3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 9 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (3^x - 3)^2 > 0 \quad 3^x < 3; \quad 3^x > 3$$

$$x < 1 \quad x > 1 \quad x \in (-\infty; 1) \cup (1; \infty)$$

$$b) (2+\sqrt{3})^{2x} - 4 \left(\frac{1}{2-\sqrt{3}} \right)^x + 1 \geq 0$$

$$(2+\sqrt{3})^{2x} - 4 \left[\frac{2+\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} \right]^x + 1 \geq 0$$

$$(2+\sqrt{3})^{2x} - 4 \left(\frac{2+\sqrt{3}}{4-3} \right)^x + 1 \geq 0 \quad (2+\sqrt{3})^x = y$$

$$y^2 - 4y + 1 \geq 0 \quad [y - (2+\sqrt{3})][y - (2-\sqrt{3})] \geq 0$$

$$y < 2-\sqrt{3} \quad y > 2+\sqrt{3} \quad (2+\sqrt{3})^x > 2+\sqrt{3} \quad x > 1$$

$$(2+\sqrt{3})^x < 2-\sqrt{3} \Rightarrow (2+\sqrt{3})^x < \frac{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{2+\sqrt{3}} \Rightarrow (2+\sqrt{3})^x < \frac{1}{2+\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$x < -1$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$$