**Площадь прямоугольного треугольника по гипотенузе и вписанной окружности**

Пусть в прямоугольном треугольнике известны гипотенуза *с* и радиус вписанной окружности *r*:

|  |
| --- |
|  |

Найдем площадь прямоугольного треугольника. Соединим центр окружности *O* c вершинами *A*, *B* и с точками *D, E, F*.

Треугольники *AOD, AOF, BOD, BOE* прямоугольные, поскольку https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img19_1.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img19_2.jpg Прямоугольные треугольники *AOD* и *AOF* равны по гипотенузе и катету (сторона *AO* общая, *OD=OF*):

|  |  |
| --- | --- |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img17.jpg. | (14) |

Прямоугольные треугольники *BOD* и *BOE* равны по гипотенузе и катету (сторона *BO* общая, *OD=OE*):

|  |  |
| --- | --- |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img18.jpg. | (15) |

Запишем формулы площадей прямоугольных треугольников *AOD* и *BOD* и квадрата *OECF*:

|  |  |
| --- | --- |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img20.jpg, https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img21.jpg, | (16) |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img22.jpg. | (17) |

Тогда, учитывая (14) и (15), площадь прямоугольного треугольника *ABC* равна:

|  |  |
| --- | --- |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img23_1.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img23_2.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img23_3.jpg. | (18) |

Подставляя (16), (17) в (18), получим:

|  |  |
| --- | --- |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img24_1.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img24_2.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img24_3.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img24_4.jpg |  |

или

|  |  |
| --- | --- |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img25.jpg. | (19) |

**Площадь прямоугольного треугольника по отрезкам, на которые делит гипотенузу вписанная окружность**

Пусть в прямоугольном треугольнике известны отрезки *AD* и *DB* (Рис.6). Найдем площадь прямоугольного треугольника выраженные через эти отрезки. Площадь прямоугольного треугольника через катеты имеет вид:

|  |  |
| --- | --- |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img26_1.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img26_2.jpg. | (20) |

Учитывая, что https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img27_1.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img27_2.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img27_3.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img27_4.jpg, (20) примет вид:

|  |  |
| --- | --- |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img28_1.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img28_2.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img28_3.jpg. |  |

То есть

|  |  |
| --- | --- |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img32.jpg, | (21) |

Сравнивая формулы (19) и (21) можем записать:

|  |  |
| --- | --- |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img29.jpg, |  |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img30.jpg, |  |

|  |  |
| --- | --- |
| https://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img31_1.jpghttps://matworld.ru/images/ploshchad-pryamougolnogo-treugolnika/img31_2.jpg. |  |

Таким образом формула площади прямоугольного треугольника по отрезкам, на которые делит гипотенузу вписанная окружность имеет следующий вид:

|  |
| --- |
| **S = AD\*BD = m\*n.** |