Примем точку М(х; у).

На основании задания составим уравнение по равенству расстояний:

9(x – 6)2 + (y – 1)2 = (x + 5)2.

Раскроем скобки и приведём подобные.

9x2 – 108x + 324 + 9y2 - 18y + 9 = x2 + 10x + 25.

Получаем уравнение кривой:  
8x2 + 9y2 - 118x - 18y + 308 = 0  
1. Определить тип кривой.  
2. Привести уравнение к каноническому виду и построить кривую в исходной системе координат.  
3. Найти соответствующие преобразования координат.  
**Решение**.  
1. Определение типа кривой.  
Приводим квадратичную форму:  
B = 8x2 + 9y2  
к главным осям, то есть к каноническому виду. Матрица этой квадратичной формы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B = | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 8 | 0 | | 0 | 9 | |  | |  |

Находим собственные числа и собственные векторы этой матрицы:  
(8 - λ)x1 + 0y1 = 0  
0x1 + (9 - λ)y1 = 0  
Характеристическое уравнение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 8 - λ | 0 | | 0 | 9 - λ | |  | | = λ2 - 17λ + 72 = 0 |

λ2 -17 λ + 72 = 0  
D=(-17)2 - 4·1·72=1  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lambda%20_%7b1%7d%20=%20\frac%7b-(-17)%2B1%7d%7b2\cdot%201%7d%20=%209  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lambda%20_%7b2%7d%20=%20\frac%7b-(-17)-1%7d%7b2\cdot%201%7d%20=%208  
Исходное уравнение определяет эллипс (λ1 > 0; λ2 > 0)  
Вид квадратичной формы:  
8x2 + 9y2  
Выделяем полные квадраты:  
для x1:  
8(x12-2·59/8x1 + (59/8)2) -8·(59/8)2 = 8(x1-59/8)2-3481/8  
для y1:  
9(y12-2·1y1 + 1) -9·1 = 9(y1-1)2-9  
В итоге получаем:  
8(x1-59/8)2+9(y1-1)2 = 1089/8  
Разделим все выражение на 1089/8  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b64%7d%7b1089%7d(x_%7b1%7d-%7b59%20\over%208%7d)%5e%7b2%7d%2B\frac%7b8%7d%7b121%7d(y_%7b1%7d-1)%5e%7b2%7d%20=%201  
4. Параметры кривой.  
Полуоси эллипса:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=a%20=%7b33%20\over%208%7d;b%20=%7b11%20\over%202%7d\frac%7b1%7d%7b\sqrt%7b2%7d%7d  
Данное уравнение определяет эллипс с центром в точке:  
C(59/8; 1)  
Найдем координаты фокусов F1(-c;0) и F2(c;0), где c - половина расстояния между фокусами  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=c%20=%20\sqrt%7ba%5e%7b2%7d%20-%20b%5e%7b2%7d%7d%20=%20\sqrt%7b%7b1089%20\over%2064%7d%20-%7b121%20\over%208%7d%7d%20=%7b11%20\over%208%7d%20\approx%20%201.38  
Итак, фокусы эллипса:  
F1(-11/8;0), F2(11/8;0).  
С учетом центра, координаты фокусов равны:  
F1(-11/8+59/8;1), F2(11/8+59/8;1).  
Тогда эксцентриситет будет равен:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\epsilon%20%20=%20\frac%7bc%7d%7ba%7d%20=%20\frac%7b%7b11%20\over%208%7d%7d%7b%7b33%20\over%208%7d%7d%20\approx%20%200.33  
Вследствие неравенства *c < a* эксцентриситет эллипса меньше 1.

Уравнение эллипса можно выразить в зависимости функции от аргумента:

y = (1/3)\*(3 +-√(-8x2 +118x -299)).