Примем точку М(х; у).

На основании задания составим уравнение по равенству расстояний:

9(x – 6)2 + (y – 1)2 = (x + 5)2.

Раскроем скобки и приведём подобные.

9x2 – 108x + 324 + 9y2 - 18y + 9 = x2 + 10x + 25.

Получаем уравнение кривой:
8x2 + 9y2 - 118x - 18y + 308 = 0
1. Определить тип кривой.
2. Привести уравнение к каноническому виду и построить кривую в исходной системе координат.
3. Найти соответствующие преобразования координат.
**Решение**.
1. Определение типа кривой.
Приводим квадратичную форму:
B = 8x2 + 9y2
к главным осям, то есть к каноническому виду. Матрица этой квадратичной формы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B = |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
| 8 | 0 |
| 0 | 9 |

 |  |

 |  |

Находим собственные числа и собственные векторы этой матрицы:
(8 - λ)x1 + 0y1 = 0
0x1 + (9 - λ)y1 = 0
Характеристическое уравнение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
| 8 - λ | 0 |
| 0 | 9 - λ |

 |  |

 | = λ2 - 17λ + 72 = 0 |

λ2 -17 λ + 72 = 0
D=(-17)2 - 4·1·72=1


Исходное уравнение определяет эллипс (λ1 > 0; λ2 > 0)
Вид квадратичной формы:
8x2 + 9y2
Выделяем полные квадраты:
для x1:
8(x12-2·59/8x1 + (59/8)2) -8·(59/8)2 = 8(x1-59/8)2-3481/8
для y1:
9(y12-2·1y1 + 1) -9·1 = 9(y1-1)2-9
В итоге получаем:
8(x1-59/8)2+9(y1-1)2 = 1089/8
Разделим все выражение на 1089/8

4. Параметры кривой.
Полуоси эллипса:

Данное уравнение определяет эллипс с центром в точке:
C(59/8; 1)
Найдем координаты фокусов F1(-c;0) и F2(c;0), где c - половина расстояния между фокусами

Итак, фокусы эллипса:
F1(-11/8;0), F2(11/8;0).
С учетом центра, координаты фокусов равны:
F1(-11/8+59/8;1), F2(11/8+59/8;1).
Тогда эксцентриситет будет равен:

Вследствие неравенства *c < a* эксцентриситет эллипса меньше 1.

Уравнение эллипса можно выразить в зависимости функции от аргумента:

y = (1/3)\*(3 +-√(-8x2 +118x -299)).