3 2

f(x) = x + 3\*x - 9\*x + 1

Точки пересечения с осью координат X

|  |
| --- |
| График функции пересекает ось X при f = 0 |

|  |
| --- |
| значит надо решить уравнение: |

|  |
| --- |
| 3 2  x + 3\*x - 9\*x + 1 = 0 |

|  |
| --- |
| Точки пересечения с осью X: |

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
| **Аналитическое решение** |

|  |
| --- |
| \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ / \_\_\_\  3 / \_\_\_ | 1 I\*\/ 3 |  \/ 162 + 54\*I\*\/ 7 \*|- - - -------|  12 \ 2 2 /  x1 = -1 - ------------------------------------- - -------------------------------------  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ / \_\_\_\ 3  3 / \_\_\_ | 1 I\*\/ 3 |  \/ 162 + 54\*I\*\/ 7 \*|- - - -------|  \ 2 2 / |

|  |
| --- |
| \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ / \_\_\_\  3 / \_\_\_ | 1 I\*\/ 3 |  \/ 162 + 54\*I\*\/ 7 \*|- - + -------|  12 \ 2 2 /  x2 = -1 - ------------------------------------- - -------------------------------------  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ / \_\_\_\ 3  3 / \_\_\_ | 1 I\*\/ 3 |  \/ 162 + 54\*I\*\/ 7 \*|- - + -------|  \ 2 2 / |

|  |
| --- |
| \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  3 / \_\_\_  12 \/ 162 + 54\*I\*\/ 7  x3 = -1 - --------------------- - ---------------------  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 3  3 / \_\_\_  \/ 162 + 54\*I\*\/ 7 |

|  |
| --- |
| **Численное решение** |

|  |
| --- |
| x1 = 0.115749396663 |

|  |
| --- |
| x2 = 1.76873430528 |

Точки пересечения с осью координат Y

|  |
| --- |
| График пересекает ось Y, когда x равняется 0: |

|  |
| --- |
| подставляем x = 0 в x^3 + 3\*x^2 - 9\*x + 1. |

|  |
| --- |
| 3 2  0 + 3\*0 - 9\*0 + 1 |

|  |
| --- |
| Результат: |

|  |
| --- |
| f(0) = 1 |

|  |
| --- |
| Точка: |

|  |
| --- |
| (0, 1) |

График функции

|  |  |
| --- | --- |
| Граф 1.png | f = x^3 + 3\*x^2 - 9\*x + 1 |

Экстремумы функции

|  |
| --- |
| Для того, чтобы найти экстремумы, |

|  |
| --- |
| нужно решить уравнение |

|  |
| --- |
| d  --(f(x)) = 0  dx |

|  |
| --- |
| (производная равна нулю), |

|  |
| --- |
| и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции: |

|  |
| --- |
| d  --(f(x)) =  dx |

|  |
| --- |
| 2  -9 + 3\*x + 6\*x = 0 |

|  |
| --- |
| Решаем это уравнение |

|  |
| --- |
| Корни этого ур-ния |

|  |
| --- |
| x1 = -3 |

|  |
| --- |
| x2 = 1 |

|  |
| --- |
| Зн. экстремумы в точках: |

|  |
| --- |
| (-3, 28) |

|  |
| --- |
| (1, -4) |

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
| **Интервалы возрастания и убывания функции:** |

|  |
| --- |
| Найдём интервалы, где функция возрастает и убывает, а также минимумы и максимумы функции, для этого смотрим как ведёт себя функция в экстремумах при малейшем отклонении от экстремума: |

|  |
| --- |
| Минимумы функции в точках: |

|  |
| --- |
| x2 = 1 |

|  |
| --- |
| Максимумы функции в точках: |

|  |
| --- |
| x2 = -3 |

|  |
| --- |
| Убывает на промежутках |

|  |
| --- |
| (-oo, -3] U [1, oo) |

|  |
| --- |
| Возрастает на промежутках |

|  |
| --- |
| [-3, 1] |

Точки перегибов

|  |
| --- |
| Найдем точки перегибов, для этого надо решить уравнение |

|  |
| --- |
| 2  d  ---(f(x)) = 0  2  dx |

|  |
| --- |
| (вторая производная равняется нулю), |

|  |
| --- |
| корни полученного уравнения будут точками перегибов для указанного графика функции, |

|  |
| --- |
| 2  d  ---(f(x)) =  2  dx |

|  |
| --- |
| 6\*(1 + x) = 0 |

|  |
| --- |
| Решаем это уравнение |

|  |
| --- |
| Корни этого ур-ния |

|  |
| --- |
| x1 = -1 |

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
| **Интервалы выпуклости и вогнутости:** |

|  |
| --- |
| Найдём интервалы, где функция выпуклая или вогнутая, для этого посмотрим, как ведет себя функция в точках перегибов: |

|  |
| --- |
| Вогнутая на промежутках |

|  |
| --- |
| [-1, oo) |

|  |
| --- |
| Выпуклая на промежутках |

|  |
| --- |
| (-oo, -1] |

Горизонтальные асимптоты

|  |
| --- |
| Горизонтальные асимптоты найдём с помощью пределов данной функции при x->+oo и x->-oo |

|  |
| --- |
| 3 2  lim x + 3\*x - 9\*x + 1 = -oo  x->-oo |

|  |
| --- |
| значит, |

|  |
| --- |
| горизонтальной асимптоты слева не существует |

|  |
| --- |
| 3 2  lim x + 3\*x - 9\*x + 1 = oo  x->oo |

|  |
| --- |
| значит, |

|  |
| --- |
| горизонтальной асимптоты справа не существует |

Наклонные асимптоты

|  |
| --- |
| Наклонную асимптоту можно найти, подсчитав предел функции x^3 + 3\*x^2 - 9\*x + 1, делённой на x при x->+oo и x->-oo |

|  |
| --- |
| 3 2  x + 3\*x - 9\*x + 1  lim ------------------- = oo  x->-oo x |

|  |
| --- |
| значит, |

|  |
| --- |
| наклонной асимптоты слева не существует |

|  |
| --- |
| 3 2  x + 3\*x - 9\*x + 1  lim ------------------- = oo  x->oo x |

|  |
| --- |
| значит, |

|  |
| --- |
| наклонной асимптоты справа не существует |

Чётность и нечётность функции

|  |
| --- |
| Проверим функци чётна или нечётна с помощью соотношений f = f(-x) и f = -f(-x). |

|  |
| --- |
| Итак, проверяем: |

|  |
| --- |
| 3 2 3 2  x + 3\*x - 9\*x + 1 = 1 - x + 3\*x + 9\*x |

|  |
| --- |
| - Нет |

|  |
| --- |
| 3 2 3 2  x + 3\*x - 9\*x + 1 = -1 - -x - 3\*x - 9\*x |

|  |
| --- |
| - Нет |

|  |
| --- |
| значит, функция |

|  |
| --- |
| не является |

|  |
| --- |
| ни чётной ни нечётной |