

Задача 1.

Информационная система содержит 4 узла. Необходимо линейной связью соединить каждый из них с каждым. Сколько таких линий связи нужно организовать?

Решение. Пусть система состоит из n узлов с номерами от 1 до n , и каждый узел соединён со всеми остальными узлами. Тогда каждое соединение представляет собой пару узлов с различными номерами. Т.к. порядок номеров узлов не имеет значения, то таких соединений (линий) должно быть $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$. В этой задаче

$n = 4$, поэтому нужно организовать $C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ линий.

Задание 2.

5 пассажиров выходят на 4 станциях. Сколькими способами это можно сделать, если

а) все пассажиры могут сойти только на разных станциях.

Решение. Таких способов 0, т.к. после того, как на трёх станциях сойдут 3 пассажира (по одному на каждой станции, то останутся 2 пассажира, которые по условию не могут сойти на одной станции, а станция останется только одна.

б) на одной станции могут сойти более одного пассажира.

Решение. Может быть, не самое изящное решение, но ничего другого придумать не смог.

Возможны следующие 6 распределений числа сошедших пассажиров по станциям:

1. 0, 0, 0, 5 – на 3-х станциях не сошло ни одного пассажира, а на одной станции – все 5. Это можно сделать $C_4^3 \cdot C_{4-3}^1 = 4$ различными способами.

2. 0, 0, 1, 4 – на 2-х станциях не сошло ни одного пассажира, на одной станции сошёл 1 пассажир, и на одной – 4 пассажира. Число различных способов $C_4^2 \cdot C_{4-2}^1 \cdot C_{4-2-1}^1 = C_4^2 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1 = 12$.

3. 0, 0, 2, 3 – на 2-х станциях не сошло ни одного пассажира, на одной станции сошло 2 пассажира, и на одной – 3 пассажира. Число различных способов $C_4^2 \cdot C_{4-2}^1 \cdot C_{4-2-1}^1 = C_4^2 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1 = 12$.

4. 0, 1, 1, 3 – на одной станции никто не сошёл никто, на 2-х станциях сошло по одному пассажиру, и на одной – 3 пассажира. Число различных способов $C_4^1 \cdot C_{4-1}^2 \cdot C_{4-1-2}^1 = C_4^1 \cdot C_3^2 \cdot C_1^1 = 12$.

5. 0, 1, 2, 2 – на одной станции никто не сошёл никто, на 1-й станциях сошёл 1 пассажир, и на 2-х – по 2 пассажира. Число различных способов $C_4^1 \cdot C_{4-1}^1 \cdot C_{4-1-1}^2 = C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2 = 12$.

6. 1, 1, 1, 2 – на 3-х станциях сошло по одному пассажиру и на одной станции – 2 пассажира. Число различных способов $C_4^3 \cdot C_{4-3}^1 = 4$.

Всего способов $4 + 12 + 12 + 12 + 12 + 4 = 56$.

Это, если имеет значение только число пассажиров, сошедших на той или иной станции. Если имеет значение, кто и где сошёл, то всё просто:

Каждый пассажир может выбрать одну из 4-х станций, на которой он сойдёт – 4 различных способа. Т.к. пассажиров 5, то всего способов $4^5 = 1024$.

Задание 3.

В компьютерной фирме 5 сотрудников. Для выполнения задания из них нужно отобрать группу из 4 человек. Сколько таких различных групп можно создать?

Решение. Таких групп может быть $C_5^4 = C_5^1 = 5$.