# Функция

# yotx.ru.png

# Таблица точек

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |
| -8 | -0.47 |
| -7 | -0.53 |
| -6 | -0.6 |
| -5 | -0.69 |
| -4 | -0.8 |
| -3 | -0.92 |
| -2 | -1 |
| -1 | -0.8 |
| 0 | 0 |
| 1 | 0.8 |
| 2 | 1 |
| 3 | 0.92 |
| 4 | 0.8 |
| 5 | 0.69 |
| 6 | 0.6 |
| 7 | 0.53 |
| 8 | 0.47 |

1. Область определения функции - вся числовая ось: D(f) = R.

Так как знаменатель дроби не обратится в нуль ни при каких значениях x, функция определена на всей числовой прямой

2. Функция *f* (*x*) = 4*x*/(*x*2+4) непрерывна на всей области определения.

Точка, в которой функция точно не определена (разрыв функции): нет.

Область значений функции (между минимумом и максимумом) приведена в пункте 6.

3. Точка пересечения графика функции с осью координат Y:

График пересекает ось Y, когда x равняется 0: подставляем x=0 в 4x/(x2+4).

у = 4\*0/(02+4) = 0.

Результат: y = 0. Точка: (0; 0).

4. Точки пересечения графика функции с осью координат X:

График функции пересекает ось X при y=0, значит, нам надо решить уравнение:

4x/(x2+4)= 0

Решаем это уравнение и его корни будут точками пересечения с X:

 4х = 0,

х = 0.

Результат: y=0. Точка: (0; 0).

5. Экстремумы функции:

Для того, чтобы найти экстремумы, нужно решить уравнение y'=0 (производная равна нулю), и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции:

y' = (4\*(х2+4)-2х\*4х)/(х2+2)2,

y' = -(4(х2-4)/(х2+4)2 = 0

Решаем это уравнение и его корни будут экстремумами (достаточно нулю приравнять множитель числителя в скобках): х2-4 = 0.

Отсюда х = +-√4 = +-2.

Результат: y’ = 0. Точки: (-2; -1) и (2; 1).

6. Интервалы возрастания и убывания функции:

Имеем 3 интервала монотонности функции: (-∞; -2, (-2; 2), (2; ∞).

На промежутках находим знаки производной. Где производная положительна - функция возрастает, где отрицательна - там убывает. Точки, в которых происходит смена знака и есть точки экстремума - где производная с плюса меняется на минус - точка максимума, а где с минуса на плюс - точки минимума.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x = | -3 | -2 | 0 | 2 | 3 |
| y' = | -0,11834 | 0 | 1 | 0 | -0,11834 |

* Минимум функции в точке х = -2 равен -1.
* Максимум функции в точке х = 2 равен 1.
* Возрастает на промежутке: (-2; 2).
* Убывает на промежутках: (-∞; -2)) U (2; ∞).

7. Точки перегибов графика функции:

Найдем точки перегибов для функции, для этого надо решить уравнение y''=0 - вторая производная равняется нулю, корни полученного уравнения будут точками перегибов указанного графика функции, + нужно подсчитать пределы y'' при аргументе, стремящемся к точкам неопределенности функции:

y''=(8x(х2-12))/(х2+4)3 = 0

Отсюда получаем 3 решения:

х1 = 0.

х2-12 = 0, х2 = 12, х = √12.

х2 = 2√3, х3 = -2√3.

Эти значения соответствуют абсциссам точек перегиба графика функции.

Точки перегиба: (0; 0), (2√3; (√3/2)) и (-2√3; -(√3/2))

Интервалы выпуклости, вогнутости.

Имеем 4 интервала выпуклости, вогнутости:

(-∞; -2√3), (-2√3; 0), (0; 2√3) и (2√3; ∞).

Находим знаки второй производной на полученных промежутках.

 -2√3 2√3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x = | -4 | -3,464102 | -1 | 0 | 1 | 3,464102 | 4 |
| y'' = | -0,016 | 0 | 0,704 | 0 | -0,704 | 0 | 0,016 |

 Где вторая производная меньше нуля, там график функции выпуклый, а где больше - вогнутый:

* Вогнутая на промежутках: (-2√3; 0) и (2√3; ∞).
* Выпуклая на промежутках: (-∞; -2√3) и (0; 2√3).

8. Асимптоты.

Асимтоты бывают трех видов: вертикальные, горизонтальные и наклонные.

а) Вертикальные асимптоты – нет.

б) Горизонтальная асимптота у графика функции определяется при нахождении [предела функции на бесконечности](http://www.webmath.ru/poleznoe/formules_7_11.php):

в) наклонных асимптот нет. Функция f(x) имеет наклонную асимптоту y = k *x* + b тогда и только тогда, когда существуют конечные [пределы](http://www.mathforyou.net/Limit.html) k и в в уравнении у = k*х* + в.

Для данной функции первый из этих пределов равен нулю, поэтому наклонная линия не определяется (она совпадает с горизонтальной асимптотой).

9. Четность и нечетность функции:

Проверим функцию - четна или нечетна с помощью соотношений f(x)=f(-x) и f(x)=-f(x). Итак, проверяем:

3начит, функция не является нечётной.