

$$1.2. \sqrt{4-y^2} dx - x dy = 0$$

$$\sqrt{4-y^2} dx = x dy - \text{ДУ с разд. пер.}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{\sqrt{4-y^2}}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \int \frac{dy}{\sqrt{4-y^2}}$$

$$\ln|x| = \arcsin \frac{y}{2} + C - \text{общий интеграл ДУ 1.2.}$$

32

$$y' - \frac{y}{x} = x^5 - \text{линейное неоднород. ДУ}$$

Воспользуемся заменой $y = u \cdot v$,

$$\text{то } y' = u' \cdot v + u' u$$

$$u' \cdot v + u' u - \frac{u \cdot v}{x} = x^5$$

$$u' \cdot v + u \left(v' - \frac{v}{x} \right) = x^5$$

Выберем такое v , чтобы

$$v' - \frac{v}{x} = 0$$

$$v' = \frac{v}{x}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{v}{x}$$

$$\frac{du}{u} = \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{du}{u} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\ln|u| = \ln|x| + \ln C.$$

$$u = x \cdot C$$

Возьмем u при $C=1 \Rightarrow u=x$.

$$u' \cdot x = x^5$$

$$u' = x^4$$

$$\frac{du}{dx} = x^4$$

$$du = x^4 dx$$

$$\int du = \int x^4 dx$$

$$u = \frac{x^5}{5} + C$$

$$\text{Получим } y = \left(\frac{x^5}{5} + C \right) \cdot x =$$

$$= \frac{x^6}{5} + Cx = \text{общее}$$

решение ДУ 3.2

$$4.2 \quad y'' - y' = 6x^2 + 3x \quad \text{— ДУ 2-го пр.}$$

с пост-коэф.

$$y_{01} = y_{00} + y_{11}.$$

1. Корнем y_{00} , составим хор. др.

$$k^2 - k = 0$$

$$k(k-1) = 0$$

$$\begin{cases} k_1 = 0 \\ k_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y_{00} &= C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x} = \\ &= C_1 e^{0x} + C_2 e^{1x} = C_1 + C_2 e^x \end{aligned}$$

2. Корнем y_{11} .

Правая часть представляется в виде $f(x) = 6x^2 + 3x = e^{ax} P_n(x)$, где $a=0$, $n=2$.

Поскольку A совпадает с
одним корнем хар. уравнения,
Учн будем искать в виде

$$\begin{aligned} Y_{\text{чн}} &= x \cdot (Ax^2 + Bx + C) = \\ &= Ax^3 + Bx^2 + Cx, \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l|l} 0 & y_{\text{чп}} \\ -1 & y_{\text{чп}}' \\ 2 & y_{\text{чп}}'' \end{array} \left\{ \begin{array}{l} Ax^3 + Bx^2 + Cx \\ 3Ax^2 + 2Bx + C \\ 6Ax + 2B \end{array} \right.$$

$$2(6Ax + 2B) - (3Ax^2 + 2Bx + C) = 6x^2 + 3x$$

$$\underline{12Ax + 4B} - 3Ax^2 - \underline{2Bx} - C = 6x^2 + 3x$$

$$-3Ax^2 + (12A - 2B)x + (4B - C) = 6x^2 + 3x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -3A = 6 \\ 12A - 2B = 3 \\ 4B - C = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = -2 \\ B = -\frac{3 - 12A}{2} \\ C = 4B \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = -2 \\ B = -\frac{27}{2} \\ C = -54 \end{array} \right.$$

$$\text{То } y_{\text{чп}} = -2x^3 - \frac{27}{2}x^2 - 54x$$

$$\text{Тогда } y_{\text{общ}} = C_1 + C_2 e^x - 2x^3 - \frac{27}{2}x^2 - 54x$$

и есть искоемое общее реш.

Ду 4.2

5.2 $y'' - 3y' + 2y = (1-2x)e^x$
~~Аналогично~~ - Ду 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Аналогично, $y_{\text{общ}} = y_{\text{одн}} + y_{\text{пр}}$

1. Найдем $y_{\text{одн}}$, составив характерист. ур.
 $\lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 = 1$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 2 \\ \lambda_2 = 1 \end{cases}$$

$$y_{\text{одн}} = C_1 e^{2x} + C_2 e^{1x}$$

2. Найдем $y_{\text{пр}}$

$$y_{\text{пр}} = (1-2x)e^x = P_n(x) \cdot e^{\alpha x},$$

$$\text{где } n=1, \alpha=1.$$

а) совпадает с одним из корней характерист. ур., то $y_{\text{пр}}$ будем искать в виде $y_{\text{пр}} = x \cdot e^x \cdot (Ax+B) =$

$$= e^x (Ax^2 + Bx)$$

$$2 \left| y_{ch} \right| e^x (Ax^2 + Bx)$$

$$3 \left| y_{ch}' \right| e^x (Ax^2 + Bx) + e^x (2Ax + B) =$$

$$= e^x (Ax^2 + (2A+B)x + B)$$

$$1 \left| y_{ch}'' \right| e^x (Ax^2 + Bx) + e^x (2Ax + B) + e^x (2Ax + B) + e^x (2A) = e^x (Ax^2 + (4A+B)x + (2A+2B))$$

$$e^x (Ax^2 + (4A+B)x + (2A+2B)) - 3e^x (Ax^2 + (2A+B)x + B) + 2e^x (Ax^2 + Bx) \equiv e^x (-2x + 1)$$

$$e^x (Ax^2 + (4A+B)x + (2A+2B)) - 3Ax^2 - (6A+3B)x - 3B + 2Ax^2 + 2Bx \equiv e^x (-2x + 1)$$

$$e^x ((-2A)x + (2A-B)) \equiv e^x (-2x + 1)$$

$$\begin{cases} -2A = -2 \\ 2A - B = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} A = -1 \\ B = -3 \end{cases}$$

$$\text{То } y_{ch} = e^x (-x^2 - 3x)$$

$$\text{То } y_{on} = C_1 e^{2x} + C_2 e^x + e^x (-x^2 - 3x) -$$

исходя общ. решение ОДУ 5.2