$$\left(x^2+6x\right)^2+2(x+3)^2=81$$

$$\left(x^2+6x\right)^2+2(x+3)^2-81=0$$

$$\left(x^2+6x\right)^2+2\left(x^2+6x+9\right)-81=0$$

Замена переменных

Пусть $t=x^2+6x$, тогда

$$t^2+2(t+9)-81=0$$

$$t^2+2t+18-81=0$$

$$t^2+2t-63=0$$

$$D=b^2-4ac=2^2-4\cdot1(-63)=256$$

$$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1=\frac{-2-16}{2\cdot1}=-9 \;; t_2=\frac{-2+16}{2\cdot1}=7$$

Получаем два новых уравнения и решаем их

$$x^2+6x=-9$$

$$x^2+6x=7$$

1)

$$x^2+6x=-9$$

$$x^2+6x+9=0$$

$$D=b^2-4ac=6^2-4\cdot1\cdot9=0$$

$$x_{1,2}=-\frac{b}{2a}=-\frac{6}{2\cdot1}=-3$$

2)

$$x^2+6x=7$$

$$x^2+6x-7=0$$

$$D=b^2-4ac=6^2-4\cdot1(-7)=64$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{-6-8}{2\cdot1}=-7\ ;x_2=\frac{-6+8}{2\cdot1}=1$$

ответ: $x=-7; x=-3; x=1$.