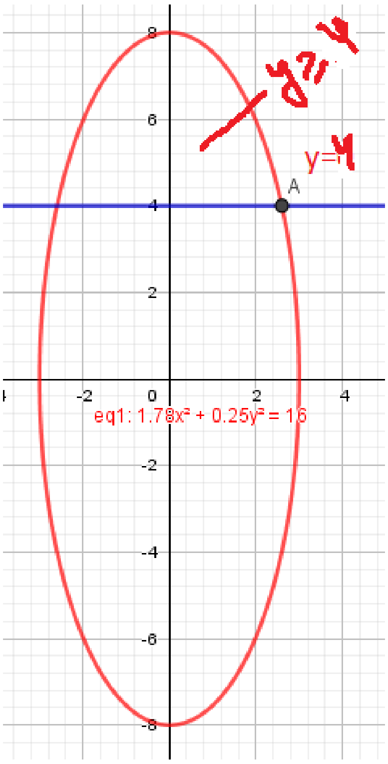
Пошаговое объяснение:

$$\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 8\sin t \end{cases} \quad y = 4 \;\; (y \geq 4).$$

8x=24cost; 3y=24sint; $64x^2 + 9y^2 = 24^2$

для простоты рисования графика, отмечу, что мы фактически имеем эллипс

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{64} = 1$



вот рисуем этот эллипс и прямую y = 4. в осях ох оу мы нарисовали график и видим все границы по x и y

теперь нам надо перейти к пределам интегрирования по t

y = 4 = 8sin t ⇒ sint=1/2 $t_1 = \pi/6$; $t_2 = 5\pi/6$

однако, мы видим, что нужная нам фигура состоит из двух симметричных относительно оси оу фигур. найдем площадь одной и **умножим потом на 2**

надл найти "высшую" точку эллипса. это будет точка при x = 0

x = 0 = 3cost ⇒ t = π/2

вот и все, теперь считаем интеграл

$$y'(t)=8\cos t$$

$$S=2\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2} x(t)y'(t)dt=2\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2} 3\cos t\cdot 8\cos t\,dt=$$

$$=48\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2}\cos^2 t\,dt=48\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2}\frac{1+\cos 2t}{2}dt=$$

$$=24\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2}(1+\cos 2t)dt=24\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2}dt+24\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2}\cos 2t\,dt=24\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)+$$

$$+\frac{24}{2}\sin 2t\Big|_{\pi/6}^{\pi/2}=24\left(\frac{3\pi-\pi}{6}\right)+12\sin 2\cdot\frac{\pi}{2}-12\sin 2\cdot\frac{\pi}{6}=$$

$$=8\pi+12\sin\pi-12\sin\frac{\pi}{3}=8\pi-12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\underline{8\pi-6\sqrt{3}}$$

Отв $8\pi-6\sqrt{3}$.

Лемма 1.3.

Усл. *Пусть граница фигуры задана параметрически:* $x=x(t)$, $y=y(t)$, $t\in[t_1,\ t_2]$, *а функции* $x(t)$ *и* $y(t)$ *имеют на* $[t_1,\ t_2]$ *непрерывную производную.*

Утв.

$$S=-\int\limits_{t_1}^{t_2} y(t)x'(t)dt=\int\limits_{t_1}^{t_2} x(t)y'(t)dt=\frac{1}{2}\int\limits_{t_1}^{t_2}\left[x(t)y'(t)-x'(t)y(t)\right]dt.$$