Основанием прямой призмы, вписанной в шар, является треугольник, две стороны которого равны 4 см и 14 см, а угол между ними равен 60°. Объем призмы равен 168 см3. Найдите площадь поверхности шара.

Дано: АВСА1 В 1С1-прямая призма. АВ=4см, АС=14 см, <A =600.Vпризмы=168см3.  
шар вписан в призму.   
найти:Sпов. шара

Решение

Sшара=4πR2, R=?

Vпризмы =S\*H, H=?

рассмотрим ∆ АВС:

АВ=4см, АС=14см, <A=600

S∆АВС=(1/2)\*АВ\*АС\*sin<A  
S∆АВС=(1/2)\*4\*14\*sin600

S∆АВС=14\*√3  
168=14\*√3\*H, H=12/\*√3, H=4\*√3см  
по теореме косинусов найдем ВС:  
ВС2=АС2+АВ2-2\*АВ\*АС\*cos<A  
BC2=142+42-2\*14\*4\*сos600, BC2=156см. ВС=√156, ВС=2√39 см

По условию призма вписана в шар, => призма касается шара вершинами.  
рассмотрим сечение шара плоскостью основания призмы

O1

r

С

В

А

r- радиус сечения- описанной около треугольника окружности  
r=BC/sin<A, r=(2√39)/(√3/2), r=4√13см

О1, О2 –центры окружностей сечений. О1 О2=Н=4\*√3см

C1

B1

A1

C

B

A

O2

O

R

r

О1

Рассмотрим ∆О1В1О: ОО1 =(1/2)Н, О1В1=r=4√13см, <OO1B1=900

По теореме Пифагора:( ОВ1)2=(ОО1)2+(О1 В1)2

( ОВ1)2=(2\*√3)2+(4√13) 2, ( ОВ1)2=220, => R2=220

Sшара=4\*π\*220=880π

Ответ: Sшара=4\*π\*220=880π см2.