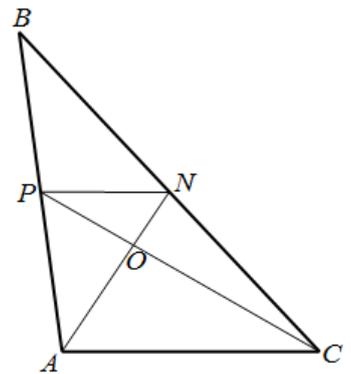


1. По условию  $AP = PB$ ,  $BN = NC$ ,  $AC = 12$ ,  $ON = 3$ ,  $OP = 5$ .

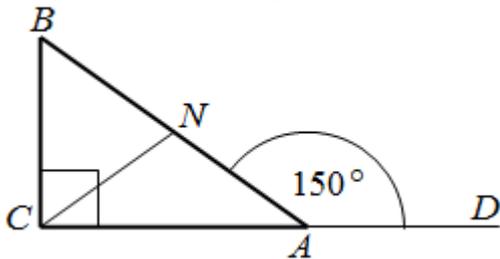
Найдём периметр  $P$  треугольника  $AOC$ , предполагая, что  $\triangle ABC$  существует. Т.к.  $AN$  и  $CP$  – медианы треугольника  $ABC$ , то  $AO = 2 \cdot ON = 6$  и  $OC = 2 \cdot OP = 10$ . Легко видеть, что треугольник со сторонами  $AO = 6$ ,  $OC = 10$ ,  $AC = 12$  существует:  $AO < AC$ ,  $OC < AC$  и  $AO + OC > AC$ . Периметр этого треугольника  $P = 6 + 10 + 12 = 28$ .

Докажем, что при выполнении условий задачи  $\triangle ABC$  существует. Рассмотрим треугольники  $ONP$  и  $OAC$ .

$\frac{ON}{OA} = \frac{OP}{OC} = \frac{1}{2}$ ,  $\angle NOP = \angle AOC \Rightarrow \triangle ONP \sim \triangle OAC \Rightarrow \frac{PN}{AC} = \frac{1}{2}$  и  $\angle NPC = \angle PCA$ . Поэтому  $PN \parallel AC$ , т.е.  $APNC$  – трапеция с меньшим основанием  $PN$ . Прямые, проходящие через отрезки  $AP$  и  $CN$  неизбежно пересекутся в точке  $B$  так, что точка  $P$  окажется между точками  $A$  и  $B$ , а точка  $N$  – между точками  $B$  и  $C$  (чтобы этого не произошло, должно выполняться условие  $PN \geq AC$ ). Более того, т.к.  $PN = \frac{1}{2} AC$ , то  $PN$  – средняя линия треугольника  $ABC$  и  $AP = PB$ ,  $BN = NC$ .



2. Здесь, если я правильно понял, условие такое:  $CN$  – медиана,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 12$ ,  $\angle BAD = 150^\circ$ . Требуется найти  $BN + NC$ .



Медиана к гипотенузе прямоугольного треугольника равна половине гипотенузы:  $NC = \frac{1}{2} AB$ .

$$BN = \frac{1}{2} AB, \text{ т.к. } CN \text{ – медиана.}$$

$$BN + NC = \frac{1}{2} AB + \frac{1}{2} AB = AB.$$

$$\angle BAD = 150^\circ \Rightarrow \angle BAC = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ.$$

$$AB = \frac{AC}{\cos(\angle BAC)} = \frac{12}{\cos 30^\circ} = \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}.$$

$$BN + NC = 8\sqrt{3}.$$