

$$(x^2-7x+13)^2-(x-3)(x-4)=1$$

$$(x^2-7x+13)^2-(x-3)(x-4)-1=0$$

$$(x^2-7x+13)^2-(x^2-7x+12)-1=0$$

Произведем замену переменных.

$$\text{Пусть } t=x^2-7x$$

В результате .

$$(t^2+26t+169)-(t+12)-1=0$$

$$t^2+26t+169-t-12-1=0$$

$$t^2+26t+169-12-t-1=0$$

$$t^2+26t+156-t=0$$

$$t^2+25t+156=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=25^2-4 \cdot 1 \cdot 156=1$$

$$t_{1,2}=\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1=\frac{-25-1}{2 \cdot 1}=-13 ; t_2=\frac{-25+1}{2 \cdot 1}=-12$$

исходное уравнение сводится к

$$x^2-7x=-13 ; x^2-7x=-12$$

решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1 .

$$x^2-7x=-13$$

$$x^2-7x+13=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=(-7)^2-4\cdot 1\cdot 13=-3 \text{ нет решений}$$

Случай 2 .

$$x^2-7x=-12$$

$$x^2-7x+12=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=(-7)^2-4\cdot 1\cdot 12=1$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{7-1}{2\cdot 1}=3; x_2=\frac{7+1}{2\cdot 1}=4$$

ответ: $x=3; x=4$